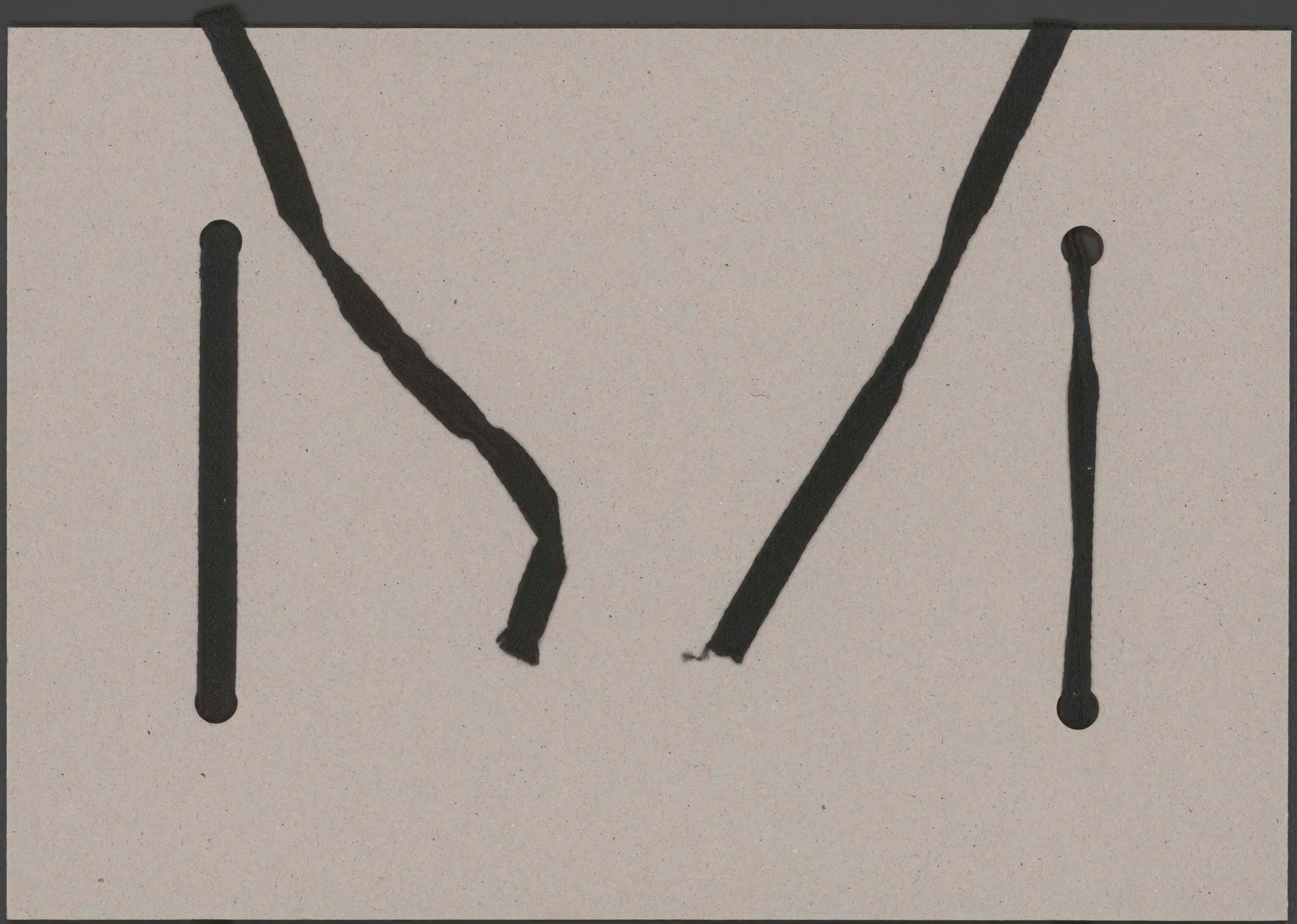
9356

Bibl. Jag.

IV



9356
IV
9356

M. Smoluchowski

O ruchach Browna

121/53

Przedmowa pracy dla „Pracownia fiz." Smoluchowskiego (1915)

[Dr. s. 187-267]
„O fluktuacjach termodynamicznych i ruchu Browna"
Bibl. Jag. [61]

O ruchach Browna ~~[illegible]~~ oraz innych zjawiskach fluktuacji termodynamicznych.

Ruchy Browna oraz inne przykłady zjawiska fluktuacji termodynamicznych.

I Wstęp

~~[illegible]~~ Indukcyjny charakter fizyki pozwala zawsze tylko konstatować, że żadnej hipotezy w fizyce ~~[illegible]~~ nigdy nie możemy udowodnić w tym znaczeniu jak używamy słowa „dowód" ~~udowadniamy twierdzenia~~ w matematyce, ~~[illegible]~~ (~~[illegible]~~ dzięki dzięki ścisłej terminologii, jaką posiadamy zresztą) mówić o prawdziwości ~~[illegible]~~ hipotezy (czyli) ani nawet o jej prawdopodobieństwie, a ~~[illegible]~~ przy „experimentum crucis" ~~[illegible]~~ należy uważać za przesądzające najwyższych rzędów.

Mimo to zdarza się, że ~~[illegible]~~ (dotąd) zwykle ~~[illegible]~~ tak ~~[illegible]~~ potwierdzone (systematycznie) pewną teorię, tak ~~niezawodnie pewnie~~ (zadziwiająco) sprawdzone wnioski, (poczytkowo) ~~[illegible]~~ wchodzące (zatem) w nasze zaufanie, jakoby zatem ~~[illegible]~~ że wbrew (dano) zwykle ~~[illegible]~~ zaufanie do danej teorii wykazało podstawy (wprost) naznaczone — choć ~~teorię przeciw~~ (tylko) ~~[illegible]~~ (widzimy się nawet) ~~[illegible]~~ (wyraźnie) ~~[illegible]~~ (ostrzega się ~~[illegible]~~ ~~zwiększa~~ ~~[illegible]~~ przed bezwzględną wiarą.

Tak zapewne nie ma fizyka któryby nie wierzył w

Tak np. wydaje się fizykowi ~~[illegible]~~ niemożliwem wątpić o prawdziwości uniwersalnej teorii zjawisk elektrycznych głównie.

~~W zakresie [illegible] a potem pola [illegible] (teorie [illegible] zjawisk, w których [illegible] bliżej poznanych) [illegible] zwykle [illegible] za „dowody", o [illegible] a mianowicie~~ (Prawdziwość faktów rozsądnych i zjawiska fluktuacji termodynamicznych.

Dodania nad faktami rozsądnymi ~~[illegible]~~ wykazuje (znaczenie istotne) ~~[illegible]~~ tu drugi (dla dużej drobin) ~~[illegible]~~ (struktura gazów. ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ (teoria kinetyczna rozwiązała) ~~[illegible]~~ na ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ o drobinowej ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ rozsądku. Dodania Omlary Maxwella, a później Kundta i Varburga ~~stwierdziły~~ (zwrócił pojęcie wyraźnie przyznania: ~~[illegible]~~) niepowątpiewalnie (zwrócił) ~~[illegible]~~ że lepkość gazu nie zależy od ~~jego~~ jego stopnia rozsądku, ~~[illegible]~~ że (natomiast) ~~[illegible]~~ jej przy wielkich rozsądkach) ~~[illegible]~~ (gdy druga wartość jest porównalna z rozmiarem naczynia) ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ (wystąpienie) ilekroć się gaz rozdziela w naczyniu. ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

(Analogiczne zjawiska ~~stwierdziłem~~ ~~[illegible]~~ (znalazłem, zgodnie z teorią) w zakresie przewodnictwa cieplnego i zwłaszcza na to wagę, że ~~[illegible]~~ w gazach „ultra-rozsądnych" (bardzo ultrarozsądnych) — tj. gdy druga wartość ~~[illegible]~~ (wielkość) ~~[illegible]~~ jest w ~~[illegible]~~ (wielkości) rzędu rozmiarów naczynia — (zjawiska) przewodnictwo cieplne (zmienia się) zmienia się w sposób zupełnie różny od rozmiaru, ~~[illegible]~~ a mianowicie podobnie jak ~~[illegible]~~ promieniowanie cieplne. ~~[illegible]~~ Dzięki postępom wydrążonej ~~[illegible]~~ techniki (pompa Gaedego, itd.) Knudsen zdołał (dla wielkich stwierdzić te wnioski) ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~wykazać~~ (zdołał) jakoby inne ciekawe konsekwencje teorii mu, dążącej się do temperatur (zwłaszcza) radjometrycznych, w ~~[illegible]~~ gazach rozsądnych, a Gaede ~~[illegible]~~ w ostatnich latach (te badania) ~~[illegible]~~ dalej poprowadził i wreszcie ją wyabstrahował w słynną „pompę molekularną".

Tak więc będziemy nadzieję rozwiązywać sprawdzić ~~czy mogą przedstawiać~~ wielkie rozłoki (w wypadku nieczystości) trzy kinetyczne i przedstawienie wystąpienia zjawisk całkiem odmiennych od normalnego zachowania się fazy i zupełnie zagadkowych z punktu widzenia tych którzy trzy kinetyczny ~~od~~ chcieli odrzucić.

*) Używamy słowa indeterminizm dla oznaczenia że pewny zjawisko zależy od okoliczności nie przystępnych wprost bezpośredniej kontroli doświadczalnej (tj. położeń i prędkości cząsteczek atomów ~~[illegible]~~, przypuszczamy zwykle że od tych okoliczności zależy w sposób przyczynowy — więc nie jest to ścisłe indeterminizm w filozoficznym znaczeniu słowa.

Nie tylko kierunek prędkości drobinowych jest przypadkowy, ale też samo wielkość ich, które się wahają pewną wartości średniej i tylko te średnie wartości są ściśle określone przez temperaturę ciała makroskopowej obserwacji dostępną

Jest to pierwszy przykład ~~[illegible]~~ zjawisk które dobrze określamy ogólną nazwą ~~[illegible]~~ fluktuacji. ~~[illegible]~~

i którymi w niniejszym studyum bliżej ~~zajmiemy~~ zajęć się zamierzamy.

Jakkolwiek wiemy już jedynie doświadczalne sprawdzenie owych ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ jako dowód słuszności naszych poglądów o ~~[illegible]~~ dalej-idących ~~[illegible]~~ przewidywań teorii kinetycznej ~~[illegible]~~ drugi kategoryczny przedmiot ogólnie znaczenie badań nad fluktuacjami ~~[illegible]~~ ponieważ jasne światło dowiedzione, gdyż wiążą się one bezpośrednio z zasadniczymi ~~[illegible]~~ poglądami teorii kinetycznej ~~[illegible]~~ makroskopowych zjawisk natężonych *) który w przeciwieństwie do poglądu termodynamicznego podkreśla pewien indeterminizm i ~~[illegible]~~ wymagający wprowadzenia pojęcia przypadku i prawdopodobieństwa w zakres fizyki.

W klasycznej teorii kinetycznej ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ w ujęciu statystycznej metody ów indeterminizm pojawia się wyraźnie ogólnie rozmaitości a dobitnie występuje w Szczególności prawo rozkładu prędkości drobinowych.

~~Świetny pomysł Szczególnie~~ Smoluchowski wniósł Szczególnie wprowadziła zupełnie nowy rys do zrozumienia ~~teorii~~ kinetycznej, ale znaczenie jej nie ograniczyło się do teorii, gdyż nie znano sposobu bezpośredniego doświadczalnego, ~~[illegible]~~ określenia jej ~~[illegible]~~, a tym mniej stwierdzenia Szczególnego sprawdzenia ~~[illegible]~~ prawa rozkładu.

Dopiero w ostatnich latach przyszły znamy pełny pęk pojęcia

Bezpośredni sposób sprawdzenia obliczonych wartości prędkości drobinowych — ~~a poza tym także prawa rozkładu~~ — ~~poznano dopiero w ostatnich latach, mniejsze daty~~ zmiąże daty ~~[illegible]~~ badania rozpoczęto niegdyś

przez L. Rayleigha i Nicholsona nad zarysowaniem linii widmowych, które na mocy prawa Dopplera musi odzwierciadlać rozkład prędkości drobin ~~[illegible]~~ będących źródłem światła. ~~Fabry i Buisson~~ ~~[illegible]~~ Jak światło powstaje wskutek wzbudzenia elektronów w rozmaitych ~~[illegible]~~ gazach jednoatomowych, w których prędkości obliczone i obserwowane przez francuskich fizyków Fabry i Buisson zgadzają się wystarczająco. Pomiary dokonane przez francuskich fizyków Fabry i Buisson przy użyciu widmowe w roku 1912 ?

rozrzedzonych gazów jednoatomowych (pobudzonych do świecenia w rurkach Geissler) dały wyniki najzupełniej zgodne z obliczeniem teoretycznym tak że wyznaczono tym sposobem nowe stałe prędkości drobinowych. Metoda ta jednak i tak dalece wydrążona ~~[illegible]~~ inny nie jest ~~[illegible]~~ zdaje się może posłużyć jako kontrola prawa rozkładu prędkości.

*) Richardson
Millikan

W rozwoju teorii kinetycznej (ów indeterminizm prawa ~~[illegible]~~ rozkładu prędkości stanowił nasunął największą trudność, która przez pewien czas tak dalece zdyskredytowała teorię ~~[illegible]~~ że ~~[illegible]~~ liczba zwolenników jej stopniała do minimum ~~[illegible]~~ pod koniec XIX wieku. Wynik zdawał się że określoności zjawisk elementarnych drobinowych musi zawsze pociągać także pewną nieokreśloność wypadkowych zjawisk makroskopowych, najzupełniej sprzeczną z doświadczeniem codziennym które ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ przekonało nas tak dalece o prawidłowości zjawisk fizycznych że uważamy je za pewnik oczywisty.

Wstęp

Odchylenie trudnie || wkład drobin Sund Hertz Sordyk Ilijn Epple | opalesc.
wkład w pole cząstek | ogólny wzór, pole sprzężone | emulsje w pole magnet. etc.

Odchylenie wahania

Czy atomy odchylają, wahy Orosu w polu indiffer.
Fluktuacje „niezdrowych" Schweidler, Tuman, Epple
Niezdrowe chwile ! przepis metale

(tylko o jej słusznej lub nieużytej użyte czas

~~Kiedy~~ trzeba poruszać ~~tak~~

Kiedy nauka nie była jasna (przeszkodą sceptycyzm.
tak jak dzisiaj)

przyjmuje
~~zakładając przyjmuje~~

Tak astronom dzisiejszy ~~[illegible]~~ system Kopernika, ~~[illegible]~~
jako bezsprzeczny.

choć filozof słusznie każdy trzyma uważać tylko tylko za obraz zjawisk przyszł, do pewnego stopnia nagm. [illegible] odpowiedzy

Do (~~[illegible]~~ stosuje trzyma takie wszystkie odpowiedzy ~~[illegible]~~
przybyła w nowych czasach takie klasy. [illegible]

~~[illegible]~~

Zyskało ona, po długim okresie upadku, jaskrawe potwierdzenie, niespodziewane „dowody", a mianowicie [illegible]
drobiu kolizyjnych

MMM M

(i tem samem [illegible]

dojdzie się stopniowo przedstawić jako
funkcja długości drogi ~~[illegible]~~ swobodnej

Najdobitniej występuje ta sprzeczność w uwadze poczynionej pierwszy raz przez pana Loschmidta, ~~że wszystkie zjawiska odwracalne musiałyby być~~ o odwracalności zjawisk klasycznych (pod założeniem hipotezy o elementarnych elementach). Z dowiedziałby się że wszystkie zjawiska odwracalne w których wszystkie prędkości drobinowe ~~mogłyby~~ musiałyby ~~zmienić~~ kierunek przeciwny

a stąd zjawisko cała musiałoby przebiegać w sposób odwrotny niż w rzeczywistości — ~~a~~ a takie fizyczne odwrotny tworzyłby zjawiska w przeciwnym kierunku z twierdzeniem termodynamiki o ~~wzroście~~ bezustannym wzroście entropii.

Pokazowy ~~Dowód~~ ~~Wiedeń~~ ~~Wiedeń~~ (~~Zmy~~ pod względem formy odmienny) zarzut (przeciwko tezy kinetycznej) podniósł Zermelo 1896 powołując się na twierdzenie Poincarégo, według którego ruchy systemów mechanicznych są „quasi-periodyczne", gdyż zarzut podać można stosunkowo okres w obrębie którego wszystkie punkty zbliżą się dowolnie blisko do wszystkich wartości początkowych.

Więc i z tego wynikałoby że entropia z czasem musiałaby powrócić do wartości początkowej?

Boltzmann sprawdzie ~~twierdził że~~ usiłował wytłumaczyć tę sprzeczność w ten sposób że ~~[illegible]~~ przebieg „odwrotny" zjawisk termodynamicznych jest wprawdzie możliwy ale niezmiernie nieprawdopodobny, że ów okres quasi-okres (Poincaré - Zermelo) jest ~~[illegible]~~ w przypadkach praktyki okresem ~~[illegible]~~ niezmiernie długim (np. $10^{10^{10}}$ lat!), ~~że wszystkie wskutek~~ tak że nie możemy się spodziewać żebyśmy kiedykolwiek spotkali coś zbaczającego od normalnego przebiegu zjawisk. Nie da się jednak zaprzeczyć że wywody Boltzmanna powodzą jeszcze liczne wady; ~~[illegible]~~ metoda (która nazywając niżej; która polega na nieodzownej) przyjmowania twierdzenia o prawdopodobieństwie

~~*) Tak np. metoda użyta do dowodzenia prawa rozkładu [illegible] zapomnieć przyjąć kinetyczne~~

uprawdopodobnione jest tylko pod założeniem że jest jest niezliczonych zjawisk złożonych, opiera się na hipotezie „nieporządku drobinowego" (molekularnego chaosu) albo przypuszczeniu że dążą stan jest zawsze do coraz większego nieporządku; hipoteza ta) stosunek zaburzenia nieporządku, mnie wydaje się ona ~~[illegible]~~ niestosowną a co więcej niepotrzebną (patrz ... —).

którą tekst jeszcze np. Planck uważa za niezbędną

~~Wiadomo że tezy kinetyczne pod koniec [illegible] okresu~~ Owe sprzeczności, które w różnych formach zdawały podnieśli zwolennicy szkoły energetycznej, wynagrzej burzliwą ścieżkę prawa termodynamiki — ~~[illegible]~~ (Ostwald, Duhem, Mach, Helm,) przyczyniły się bardzo do tego że pod koniec ubiegłego wieku liczba zwolenników teorii kinetycznej stopniała do bardzo nieliczny gromady wierzyła i powszechnie uznano że teoria ta jest przeżytkiem skazanym na zagładę.

*) Patrz Pokr. ... Zygm.

Zastanowiło to sprawdzie że w roku 1901 jeden z najgenialniejszych badaczy na polu termodynamiki Gibbs wydał dzieło ~~pt.~~ Elem. principle of stat.

którego tendencją było udowodnić że ~~[illegible]~~ (systemy mechaniczne wszystkie zwykle istotnie muszą się zbliżać)

zachowywać w sposób zgodny z zasadami termodynamiki i że owe zboczenia powodowane przez kinetyczną teorię gazów (w wypadkach dostępnych doświadczeniu ~~[illegible]~~ pozostały niewykryte). gdyż wobec olbrzymiej liczby drobin prawo wielkich liczb musi się sprawdzać z wielką dokładnością.

Metody (bowiem pod ~~[illegible]~~ niektórymi względami wyjąwszy stronę od metod Boltzmanna, ale i w nich znajdują się pewne luki argumentacyjne, wypełnione ~~[illegible]~~ rozumowaniem logicznym pojęciami intuicyjnymi, tak że i owe skeptyków, wątpiących o możliwości pogodzenia pojęć kinetycznych z termodynamiką, nie zdołały przekonać.

Przyznać musimy że i dzisiaj ~~[illegible]~~, mimo późniejszych ciekawych prac różnych autorów (Einsteina, Borna, Ehrenfest, Ornsteina i inn.), nie wszystkie jeszcze tendencje zostały całkowicie wyjaśnione i w mechanice statystycznej jeszcze pozostaje pole do uzupełnienia utworzenia struktury logicznie matematycznej.

~~[illegible]~~ Mimo to w ciągu ostatniego dziesięciolecia taki wielki przewrót nastąpił w poglądach świata naukowego na wartość teorii kinetycznej, że w roku 1908 nawet dawny zwolennik jej przeciwnik otwarcie przyznał jej rację *) i dzisiaj [~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

[illegible]

II

Fluktuacje gęstości

Widzimy, że najprostszą rodzaj fluktuacji jest taki, który rozpatrzyliśmy termodynamicznie w r. 1910: fluktuacje gęstości gazu (znajdującego się w stanie równowagi termodynamicznej) i w tym wypadku można po zandlizowaniu teoretycznie (prostym sposobem bezpośrednim, nie wymagającym wcale wyczerpującego powtórzenia) się na ogólnej drogi mechaniki statystycznej. W klasycznej teorii kinetycznej przyjmuje się zwykle, że liczba drobin zawartych w pewnej objętości gazu jest proporcjonalna do tej objętości, tak jakgdyby chodziło o ciągłą substancję. I wszystkie dotychczasowe obliczenia Boltzmanna, w naszych czasach Langevina, J. J. Thomsona itd. opierają się na tym założeniu.

Widzimy jednak, że to założenie nie jest wszędzie słuszne, gdy chodzi o przestrzenie tego rodzaju, w których nie są mało drobiny, ale nawet i jest w wielkich przestrzeniach, gdzie drobiny w gazie idealnym nie będą ułożone w regularnych odstępach — a w takich tego rodzaju przestrzeniach przypadkowe rozmieszczenie i rozmiaru tylko zupełnie „przypadkowa". Wpływ przypadku można w tym razie ocenić w następujący sposób:

Jeśli w naczyniu o objętości V znajduje się N drobin, prawdopodobieństwo ciągłe, że w części V znajdzie się dokładnie n drobin, wynosi (przy dużych n) $\frac{v}{V}$ jest się albo drobina a albo b albo c. . . .

Jeśli nam jednak nie chodzi o indywidualności każdej z drobin, prawdopodobieństwo, że z pośród N dyskusyjnych w V właśnie n się znajdzie w v (pozostałe $N-n$ się znajdą w $V-v$), będzie $\frac{v}{V}$.

Uwzględniając drugą drobinę b, trzecią c, . . . z tą (otrzymamy dla wszystkich, prawdopodobieństwo) takie samo wyrażenie, gdyż (że mamy do czynienia z prawem Newtona wykluczającym istnienie ze względu na zderzenia) nie wyróżniają one na siebie wzajemnie się.

Prawdopodobieństwo, aby wszystkie (pierwsza, druga, trzecia . . . n-ta drobina) się znajdzie w v (wynosi) będzie $\left(\frac{v}{V}\right)^n$. Jeśli zaś w celowi N drobin rozróżniamy do V, to prawdopodobieństwo, aby pozostałe $N-n$ drobin się nie znajdowały w v (tylko w pozostałej części $V-v$) będzie analogicznie $\left(\frac{V-v}{V}\right)^{N-n}$.

Jeśli zaś indywidualności drobin nam jest obojętna i tylko o to chodzi, aby z pomiędzy wszystkich N znajdowały się w v, a reszta w $(V-v)$, otrzymamy wyrażenie dla prawdopodobieństwa pobytu n drobin w v, mianowicie powyższe wyrażenie przez liczbę kombinacyjną:

$$P(n) = \frac{N!}{n!\,(N-n)!}\left(\frac{v}{V}\right)^n\left(\frac{V-v}{V}\right)^{N-n}$$

Rozwijając logarytm powyższego wyrażenia według wzoru Stirlinga, pod założeniem że N jest bardzo dużą liczbą, i że n nie jest mniejsze od $\frac{N}{v}$, otrzymujemy ostateczne wyrażenie (przybliżone) w formie:

$$P(n) = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^n}{n!}$$

Jest owo wyrażenie do którego dążyliśmy.

Oznacza ono zatem prawdop., żeby (w drobin było zawartych) w przestrzeni (ino), którą przy równomiernem rozkładzie przypadłoby v drobin.

Prawdop. ~~[illegible]~~ żeby żadna drobina w niej się nie znalazła, będzie zatem e^{-v}. Prawdop. ~~[illegible]~~ tylko jednej, ~~[illegible]~~ dwóch drobin, tamto ... będzie

Lecz tych wszystkich wyrażeń o wszystkich możliwych równań jednakowo, a przeciętna liczba $0 P(0) + 1 P(1) + 2 P(2) + \dots$ musi być równa v co łatwo się daje sprawdzić.

Odległość najbliższej drobiny wynikowej

Wyrażenie to można w innej formie napisać

Wprowadzając pojęcie gęstości (czyli liczby drobin przypadającej na jednostkę objętości) γ ~~[illegible]~~ mianowicie

$v_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 \gamma$ $\quad v_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3 \gamma$ a przechodząc do granicy

~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

w którym ν oznacza liczbę drobin $\nu = \frac{Nv}{V}$ ~~który~~ ~~w takim równomiernym rozkładzie przypadłoby na objętość v.~~

(które przy równomiernym rozkładzie zawierałby v drobin)

Prawdopodobieństwo, aby w pewnej przestrzeni żadna, jedna, dwie, trzy drobiny się znajdowały, są zatem

$$e^{-\nu} \quad \nu e^{-\nu} \quad \frac{\nu^2 e^{-\nu}}{2!} \quad \frac{\nu^3 e^{-\nu}}{3!} \ldots\ldots$$

~~Wyrażenia~~ Stosunki ~~tych~~ wyraziła można ~~[illegible]~~ zresztą ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ jeszcze ~~[illegible]~~

w inny sposób interpretować jeśli się przyjmie, że kulistą przestrzeń w wyróżnionej tej pewnej drobiny ~~[illegible]~~ od

Wyrażenia ~~[illegible]~~ w takim razie ~~[illegible]~~ i wyrażają się stosunkami zwykle z prawa Bardzo, które w r. 1907 O. Hertz ogłosił w Crelle's Journal — nie chcąc zresztą o nieji dłuższej pracy.

oznacza ~~[illegible]~~ prawdopodob. aby ~~[illegible]~~ owo przestrzeń kulista powstała pustą czyli aby najbliższa drobina powstała odległości większej niż promień r_1. ~~Natomiast wyrażenie $1-e$ [illegible]~~ W takim razie zachodzą dwie alternatywy: 1) albo 1) drobina najbliższa ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ znajduje się w odległości większej niż promień r_2 ($r_2 > r$) albo 2) ona ~~[illegible]~~ jest bliżej (jest między granicami $r_1 > r > r_2$)

a prawdop. takiego stanu rzeczy: $e^{-\nu_2}$

Prawdop. tego ostatniego wypadku nazwiemy $P_{r_1 r_2}$. ~~Zarazem~~ Zarazem dodać łącznie zatem $e^{-\nu} = e^{-\nu_2} + P_{(r_1 r_2)}$

czyli otrzymujemy prawdop. ~~[illegible]~~ takiego układu w którym najbliższa drobina powstała odległości między r_1, r_2:

$$P_{r_1 r_2} = e^{-\nu_1} - e^{-\nu_2}$$

czyli prawdop. dopełnienia dla wartości $r_1 - r_2 = dr$:

$$P_{r_1 r_2}\, dr = e^{-\nu} \frac{d\nu}{dr}\, dr$$

Z wyrażeń łatwo można ~~[illegible]~~ wyprowadzić ~~[illegible]~~ średnią wielkość odchylenia rzeczywistej liczby drobin n od normalnej ~~[illegible]~~ ν. Jeśli ~~[illegible]~~ Pozwala to ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ wprowadzimy pojęcie zgęszczenia δ, czyli stosunek nadmiaru liczby drobin do przeciętnej liczby: $\frac{n-\nu}{\nu} = \delta$

wtedy ~~[illegible]~~ przeciętnem odchyleniem nazwiemy średnią arytmetyczną bezwzględnych wartości $|\delta|$ (Pierwsza z tych wielkości ~~[illegible]~~ obliczyć można zapomocą wzoru: *)

$$\overline{|\delta|} = \frac{2\nu^k e^{-\nu}}{k!}$$

w którym k oznacza liczbę całkowitą równą ν albo jeśli ν nie jest całkowite, najbliższą liczbę całkowitą mniejszą od ν.

natomiast średnim odchyleniem nazwiemy pierwiastek z przeciętnego kwadratu wartości δ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

Prawdop. pobytu danej liczby dobrin w pewnej przestrzeni

widzę że istotę zjawisk fluktuacyjnych najlepiej zrozumiemy, rozpatrując najprostszy ~~[illegible]~~ przykład ~~typu urny~~ tokiem zjawisk a następnie stopniowo uogólniając poznane prawidła. Jest to ów przykład

Chodzi o ~~[illegible]~~ o
Prawdopodobieństwo takiego przypadkowego zgromadzenia

więc obecności jednej dobriny nie wpływa wcale na prawdopod. ~~[illegible]~~ obecności innych.

W razie równomiernego rozkładu przypadkowej liczby $\frac{N}{V}$ na ogół objętość v, który dla skrócenia nazwiemy λ.

Przy użyciu tego skrócenia ——

wnętrzu

(obecności innych cząstek w tej samej przestrzeni, to znaczy że tę ilość wszechświata ~~[illegible]~~ pod względem prawdopodobieństwa. Dzięki temu można w tym wypadku obliczyć prawdopodobieństwo rozkładu takich bardzo dużo ciał bez rozważania kinetycznych, na podstawie bezpośredniego rozważania ~~[illegible]~~, a otrzymuje się tym sposobem na prawdopodobieństwo pobytu w cząstce w objętości która przy równomiernym rozkładzie powinna ich zawierać liczbę ν_0:

$$W(\nu) = \frac{\nu_0^{\nu} e^{-\nu_0}}{\nu!}$$

z czego znowu dla przeciętnego ~~[illegible]~~ odchylenia ~~[illegible]~~ wypadnie się dziś wzór. $\sqrt{\bar{\delta}^2} = \frac{1}{\sqrt{\nu_0}}$

Ten wzór pozostaje więc ścisle ważnym także gdy ~~[illegible]~~ ν_0 nie jest liczbą całkową, jak w poprzednio przyjmowano.

Na tej podstawie*) Svedberg ~~[illegible]~~ skontrolował ~~[illegible]~~ ścisłość prawa Ol. (2) dla roztworów koloidalnych złota, które zawierały gummigutty, ~~[illegible]~~ emulgując (w jednakowych odstępach czasu) każdorazowy kilka cząstek w ~~[illegible]~~ mierzył się w polu widzenia mikroskopu.

~~Sens takie jest~~ ~~[illegible]~~. Jako przykład podajemy

średnie wartości ~~[illegible]~~ ν_0 wynosi zatem

*) Zanim ~~[illegible]~~ można do rozstrzygnięcia prawa Ol. użyć także odchylenia Svedberg użył nieco więcej skomplikowanego wzoru wyprowadzonego przeciwnie dla średniej wartości bezwzględnego odchylenia $|\delta|$, co ~~[illegible]~~ jak też można się było spodziewać

Takie pomiary dowiodły ścisłej ważności prawa (2) dla zawiesin bardzo rozcieńczonych, natomiast występowały ~~[illegible]~~ od obliczeń bardzo znaczne w zawiesinach więcej stężonych, nawet gdy odstępy między cząsteczkami jeszcze były sporo większe od ich średnic.

Podobne pomiary wykonał Iljin (Żurn. Russk. Fiz. Chim. Obsz. 1911), przy użyciu emulgi gummigutty i również stwierdził zgodność z wzorem ( ) a zatem ~~[illegible]~~ prawa (2). ~~[illegible]~~ jednak ~~[illegible]~~ tylko wyjątkowo wartości koncentracji użytych roztworów tak że nie można porównać jego wyników z ~~[illegible]~~ wynikami Svedberga.

Drugi sposób ~~[illegible]~~ sprawdzenia ważności prawa gazów idealnych (2) dla cząstek emulgu ~~[illegible]~~ jest może jeszcze więcej przekonujący. Polega on na częściowem skompensowaniu ciśnienia osmotycznego przez siły ciężkości, czyli ~~[illegible]~~ dokładnie mierząc na obserwowaniu rozkładu emulgu cząstek pod równoczesnym działaniem ciężkości i ciśnienia osmotycznego.

Już Einstein i również autor niniejszego sprawozdania w swych pracach na to zwracał uwagę, że emulsja ~~tak~~ musi ~~się zachować~~ pod wpływem cząsteczki przyjąć układ analogiczny do układu gęstości w atmosferze zewnętrznej, o ile jest tak rozrzedzona że prawo Boyle'a ~~nie zajdzie~~ się stosuje. Do jej ciśnienia osmotycznego (mimo że większe od ciśnienia dwutlenku) nie powinny zatem wpływać opór na ~~dno~~ dno ~~naczynia~~ naczynia, lecz powinny wytworzyć „atmosferę" o stopniowo wzrastającej ku górze gęstości, według prawa ~~analogicznego~~ analogicznego do znanego wzoru barometrycznego:

$$n = n_0 e^{-}$$

Prawo to ~~wydedukowane~~ wynika jako przypadek specyalny bardzo ogólnego wzoru Boltzmanna, określającego prawdopodobieństwo układu systemów molekularnych, ~~ale nie tylko tego~~ ale można je także bezpośrednio wyprowadzić z rozważania równowagi hydrostatycznej, gdyż ~~że~~ różnica ciśnienia osmotycznego w poziomach 2 i 2+dz musi się równać ~~iloczynowi~~ iloczynowi ciężaru cząstek zawartych w tej warstwie ...

Z tego w połączeniu z równaniem (2) wynika powyższy wzór.

Perrin miał więc wszystkie powody akceptowania tej relacji w może bardzo prostej: ~~przez liczenie cząstek~~ zapomocą pomiarów, jakby niekorzystnie wielkości cząstek zawarte w wyżej widzeń wynikami cząstek zawarte w wyżej widzeń wynikami cząstek zawartych w stanie zmodyfikowanym polu widzenia mikroskopu, gdy ~~przez~~ ~~zastosowano pomiarów~~ ~~w tym sposób, który~~ Tak np. dla pola przez wielokrotne powtórzenie tej operacji i zmiany liczby odpowiadających danej wysokości dla pewnej ~~[illegible]~~ zadanej pomiędzy:

w wysokości:

liczby cząstek n.

ob.

W ostatnim wierszu napisano liczby odpowiadające postępowi geometrycznemu ~~wzdłuż i wzdłuż~~ wzdłuż wzrostu ( ); ~~[illegible]~~ zgodności obu szeregów dowodzi pośrednio słuszności zakładanego równania (2

~~[illegible]~~ Na tej podstawie można zatem odwrotnie z tej relacji dla danej obliczać stałą Avogadro N jeśli znane są rozmiary cząstek. Z licznych pomiarów wykonanych powyższą metodą Perrin, później zapomocą fotografii metodą fotograficzną wynikły.

Trudności doświadczalne polegają głównie na otrzymaniu emulsji o ziarnach możliwie jednakowych, dokładnem oznaczeniu ich gęstości i dokładnem zmierzeniu ich promieni. Do tego stosuje się Perrin niekiedy ~~[illegible]~~ obserwacji wykresu opadania w cieczy nieprzemieszczającej, w połączeniu z znanym wzorem Stokesa, a poprawności tej metody ~~[illegible]~~ dowiódł także zapomocą dwóch ~~innych~~ odmiennych sposobów oznaczenia.

$\nu = 1{\cdot}725$

$\delta = \frac{x-\nu}{\nu} =$	$-1{\cdot}725$	0·2388	0·4736		
			2529		
	$-0{\cdot}725$	0·8603 −1	7265	0·7206 −1	8786	2110
				4713	4425	1875
	0·275	0·4393 −1		0·1919	3211	3985
	1·275	0·1055				
	2·275	0·3570	7140	·0304	2618
			8195	3617	7782
	3·275	0·5152	5335	3921	0400
	4·295	0·6309			

$$\delta^2 = \left[\alpha_1\left(\frac{x_1-\nu}{\nu}\right)^2 + \alpha_2\left(\frac{x_2-\nu}{\nu}\right)^2 + \cdots\right] = \frac{\alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 + \cdots}{\nu^2} - \underbrace{\frac{2(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 \cdots)}{\nu}}_{=1} + \underbrace{(\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots)}_{=1}$$

$$= \frac{1}{\nu^2}(\alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 + \cdots) - 1$$

0·5328
~~1556~~
0·1556
2095
2503
3416
2467
1096
1·8401 = $(1{\cdot}35)^2$

~~1174~~ 0·296
1·108
1·386
1·056
0·575
0·216
4637
2976
1661

16·6
96
96
1056

~~6663~~
~~− 1236~~
~~0·1927~~

01

Zanim przejdziemy do kwestyi, o ile wynika to dążenie prawdziwe do Wadzucha, zastanówmy się jeszcze jakie istnieją siły przyciągające lub odpychające. Zrozumieć można bez żadnego rachunku że siły przyciągające w wodzie tak jak w Vi d Waals muszą stwarzać tendencyą do asocyacyą i tym prawdziwe muszą przyczyniać się do powstawania (w połączeniu z gazem i cieczą) wszelkich przypadkowych niezbędnostów. Odpychające siły natomiast będą mieć skutek przeciwny, dążąc do wyrównania gęstości.

Tak też istotnie otrzymałem wynik (w cytowanej pracy) metodą statystyki drobinowych których użyli Szwell i Boltzmann w swych pracach nad ekwipartycyą energii. opartym na b. dużej

Wprawdzie rozbieżności (że drobiny zachowują się jak kule sprężyste doskonałe na siebie nie działające) (na wielkie odległości) podstawa wyprowadzenia wzoru Vdw. na znaczenie otrzymałem wynik [b. str. 639] (wzór (18) w mojej pracy)

Prawdopodobieństwo odchylenia δ (w stanie nasyc.) będzie proporcyonalne do wyrażenia:

$$N(\delta) = a\, e^{-v\frac{\delta}{c}}\left[1 + \frac{2b}{v} + \frac{15}{8}\frac{b^2}{v^2} - \frac{2c}{vR\theta}\right]$$

w którem b jest stałą objętości drobin, a jest wielkością zależną od natężenia przyciągania.

Wielkość współczynnika a określa się w znany sposób z warunku $\int_{-\infty}^{+\infty} N\, d\delta = 1$

Widzimy że siła przyciągająca zmniejsza (bezwzględną wielkość) wykładnika, a zatem powiększa owe nierównomierności, podczas gdy siły odpychające, które się w chwili zderzenia kul sprężystych, dążą do wyrównania gęstości.

Zwarcie prostszą formę przytoczonej powyżej rachunki jeśli opieramy je nie na bezpośredniej metodzie mechaniki statystycznej

*) Cfr. np. Sitzb. B. Th. Akad. 137

operując się na znaczeniu e^{-hX} — prawa Boltzmanna, co umożliwia wyprowadzenie ogólniejszej postaci.

Prawo Boltzmanna wyrazić można inaczej w następującej formie: prawdopodobieństwo pewnej konstelacyi drobin w systemie A będzie wykazywać pod warunkiem prawdopodobieństwa pobytu jej w takim samym stanie w systemie B (pod warunkiem konstelacyi) jest to stosunek e^{-hX}, gdzie X oznacza energię potencyalną owej konstelacyi, $h = \frac{N}{H\theta}$.

wiem że to uogólnienie znanego wzoru (określonego wzorem) ciśnienia barometrycznego, a

Wyobraźmy sobie zatem pewien zamknięty w naczyniu za pomocą tłoka, do którego przykładamy siłę F równoważącą stałe ciśnienie zewnętrzne p_0, oraz zmienne wewnętrzne ciśnienie p. W takim razie wypadkowa przyrostów sił działających na tłok jest zero i tłok z równym prawdop. przyjąć może jakiekolwiek położenie w obrębie naczynia. Jeżeli zaś usuniemy owe dodatkowe siły F i tłok pozostawimy wyłącznie ciśnieniu gazu, wtedy prawdopodobieństwo pewnej jego pozycyi będzie określone przez pracę potrzebną przy podstawieniu za wielkości χ: pracy wykonanej przez owe siły dodatkowe $(-F)$ przy wtłoczeniu do zgęszczenia gazu na daną objętość.

Większa trudność

~~A i~~ Odchylenia od równomiernej gęstości zależą zatem w danem otworze od liczby drobin w przestrzeni rozwiniętej w lotki i ich sposób jak to już powiedziano ~~f~~ .. widzialnej.

Jakie ~~zatem w danym~~ zaś w różnych otworach powierzchni bryły niewiadomo. ~~Alf~~ — to zależy

czem mniejsza ta ilość wód tem większa trudność do przypadkowych zgęszczeń i rozrzedzeń

~~Wpływ na kształt równania charakterystyki i inne okoliczności teoretyczne~~

~~Rozwiązanie r. ch. i innych okoliczności teoretycznych~~

Odbieranie Vdhl. zmienia ostatek ~~[illegible]~~ wzór (wzór $\frac{c}{v^2}$) przyjęte ~~[illegible]~~ podstawa bez st. wód kształt w sposób bardzo zmienny.

Opaska ta tylko z tym rozsu ~~byłby~~ byłoby możliwe mieć ~~[illegible]~~ kształty sfera dla Saturna ~~[illegible]~~ przy ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ bardo duży w porównaniu z pierścieniem który jeszcze niewiadomo ~~[illegible]~~ wg dostatecznie duże.

~~Nie wchodzi pod na tem miejscu ale wszystko gdyż nie wszy ~~[illegible]~~ zapewne ~~[illegible]~~ wielkiego ~~[illegible]~~ faktu ~~[illegible]~~; wiemy dobrze że w ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ trzy V. dhl. odległość dość daleko od magnetitów.~~

-/-

Tomiwoś jednak wdzięk tłoku w tem ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ jest zupełnie obcy, można go też usunąć zupełnie i otrzymuje się tym sposobem ~~[illegible]~~ (kwadratowy kształt w który) prawdopodobieństwo ~~[illegible]~~ objętości właściwej (gdzie zawarte między v, $v+dv$)

$$W(v)\,dv = \cancel{[illegible]}\; e^{-\frac{\nu}{R\theta}\int_{v_0}^{v}(p-p_0)\,dv}\qquad e^{-\frac{\nu}{R\theta}\int_{v}^{v_0}(p-p_0)\,dv}$$

~~Wzór ten~~ Jeśli chodzi o wahania objętości od ~~[illegible]~~ normalnej pory można rozwinąć ~~Prawdopodobieństwo~~ (całkę zawartą w wykładniku, która oznacza pracę użytą na (izotermiczne) zgęszczenie gazu z ~~[illegible]~~ objętości normalnej do objętości ~~badanej~~ rozważanej, w szereg Taylora kolejno w części v_0 po p, i można ją zastąpić przez

$$W(\delta)\,d\delta = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\, e^{-\alpha\delta^2}\,d\delta \qquad = \underline{1}$$

$$\alpha = -\frac{\nu}{2R\theta\rho\left(\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial p}\right)}$$

Średni kwadrat (przypadkowych) zgęszczenia będzie zatem: $\overline{\delta^2} = \frac{1}{2\alpha} = \frac{R\theta\rho}{\nu}\left(\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial p}\right)$

~~Tak~~ (Nierównomierności ~~[illegible]~~ (tj. które zachodzą) w pierwszym rzędzie od ~~[illegible]~~ (izotermicznego) ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

W jaki [illegible] przy odpowiednich
[illegible] odpowiednich

Nie odwołuje się do dalszych wzorów
ograniczy się na przytoczeniu rezultatu
końcowego który [illegible]
to dzisiaj dopiero jeszcze się sprawdza rozumie

Kontakt tych wzorów ilustruje to co powyżej

Ogólne wzory dla niezrównoważonych potrzeb

tylko na użycie znanego

zachowywania się w danej przy temperaturze
stanu termodynamicznej równo

I. Ile porównujemy dwóch ciał pewnych rzeczywistych drobin [illegible]
[illegible] (zawierających takie same drobiny, [illegible] tej samej pustaci, itd.),
które różnią się jedynie tem że w jednym A a wielu pewnych punktach
potencjalne (zwrotnie albo wszędzie [illegible]) których drobiny w drugim B to

Prawo to które
jest w związku z Boltzmannem przyjęte [illegible]
i tworzy wzory [illegible]
zakładamy później że tworzy one podstawę ogólnej teorii [illegible]
(idzie to sprawami [illegible])

Osobne zawiania mogą się także [illegible] odchyleń zdolnych od $\frac{b}{v}$, czyli objętość drobi [illegible] i odrębne obliczenie wzoru „ścisłego", wykonane przez Boltzmanna, Otto Zarentha i Jaques Van Laara [illegible] wyniosły wreszcie: z tych prac [illegible] punktu widzenia zastosowanie warunków początkowych do równania stanu jednak i [illegible] [illegible] pundlaria [illegible] interes, [illegible] w dziwny sposób od [illegible] [illegible] z pary [illegible] do gazowej i odwrotnie.

Rozumie się że wszystkie [illegible] poprawki w zwykłych warunkach będą bardzo nieznaczne, jednak w znaczenie ich może niepomiernie wzrosnąć w pewnych warunkach, przyjętych wystąpienia [illegible] [illegible] [illegible]

Ścisłego stosunku dla tego wypadku jeszcze nie wykonano

Wzór ten otrzymuje się tak samo jak ( ) ~~[illegible]~~ nie daje się zastosować do ~~[illegible]~~ bezpośredniego otoczenia punktu krytycznego, jednak w każdym razie (wyjaśniając co się w wystąpieniu zjawiska zgodnie ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

~~Ponieważ~~ to już uzyskuje się że) W skutek zwiększonego małego na chylenia izoterm $\frac{\partial v}{\partial v}$ w bliskości punktu krytycznego zdarzeństwo optyczne ~~tłomaczy zatem owe optyczne~~ ~~[illegible]~~ które tamże osiąga rozgęszczenie wartość nieskończoną.

~~[illegible]~~ Tak tłomaczą się zjawiska opalescencji krytycznej w bardzo prostym sposób i stoją się zbytecznemi owe różne nadzwyczajnie sztuczne hipotezy ~~które~~ inne autorów (Doman,* Konowalow ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ z punktu widzenia termodynamiki nie rozumiałe).

~~[illegible]~~ wytłomaczyć wytrącanie ~~[illegible]~~ fazy rozproszonej

*) ~~[illegible]~~ Tamże autor ~~[illegible]~~ oświadcza nas listownie że przystąpia się do mojej teorii.

gdzie wielkość $\frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial p}$ według Wempersymowego wzoru Vierkoffelta jest odwrotnie proporcjonalna do różnicy temp. $\theta - \theta_c$, co.

Kontrola doświadczalna teorii opalescencji krytycznej

$$h = \frac{32}{3} r^3 \frac{NT^2}{\lambda^4} \left(\frac{\Delta\mu}{\mu}\right)^2$$

a równocześnie odpowiednio ilość energii uchodzi w kierunkach w obydwu stronach jako (biało polaryzowane) światło rozproszone, które określamy właśnie naszą opalescencją.

Zjawisko to ogólniejsze

Zastosowanie owego wzoru wymaga znajomości liczby i objętości cząstek zawiesinowych, ale w naszym wypadku jeśli chodzi o pytanie czysto ilościowe sprawa się upraszcza przez uwagę, że z wod. szkła się składa objętość rzędu $NT = 1$, a z drugiej strony znane równanie Lorenza dla zależności współczynnika załamania od gęstości substancji:

$$\frac{\mu^2-1}{\mu^2+2}\frac{1}{\rho} = \text{const}$$

daje dla wartości $\Delta\mu$ wyrażenie: $\frac{\Delta\mu}{\mu} = \frac{(\mu^2-1)(\mu^2+2)}{6\mu^2}\frac{\delta}{\rho}$. Część wzoru zawierająca ( ) zależności T zupełnie znika w naszym wzorze i stąd wzór ~~z którego w związku z warunkami~~ otrzymujemy:

$$h = \frac{8\pi^3}{27}\frac{\left[(\mu^2-1)(\mu^2+2)\right]^2}{\lambda'^4}\frac{H\theta}{N}\left(\frac{-\frac{\partial v}{\partial p}}{v}\right)$$

Wzór ~~powyższy~~ powyższy pozwala zarówno gdyż z góry nieznanego, ile wzór Rayleigha odnosi się do zawiesin jej cząstek jednorodnych w ~~stanie~~ innym drobnych jako całych tylko wzór ~~dla stopni wolności zawiesin~~ w naszym wypadku jeśli chodzi o ciągłą zmienną gęstości.

~~Rozkład cząstek~~ Uwzględnienie argumentów przyjętych za grube przybliżenie, nie wypisałem w rozp. nawet końcowy wzór ( ) tylko podałem ~~jako przykład~~ jako, ponieważ liczba ~~w której~~ odnosząca się do gęstości — (co prawda przez pomyłkę w rachunku o połowę za mała). Kieszon w swej dobrej cytowanej pracy wzór powyższy „in extenso".

Wątpliwości te zostały jednak rozproszone przez pracę Einsteina, w której ~~także na podstawie~~ ~~wzorów analogicznych do ...~~ odnośnie do wzoru ~~dla~~ opalescencji, opartego o Maxwella równania elektromagnetyczne i równania ( ) Lorentza dał wynik taki sam, tj. wzór ( ) jest wynikiem z ~~na~~ uproszczonego bezpośredniego rozumowania.

Jeśli ~~wzór~~ ~~dla ostrożnego ...~~ ~~Wzór ...~~ stwierdzony wynik ~~Teoria ...~~ Zwiastuje też przez poparcie ~~...~~ ilościowe z ~~pracy~~ ~~...~~ wykonanych przez Kessona i N. b.

nad etylenem w temperaturach od 0·06 – 2·41° ponad punktem krytycznym

~~Zależność ...~~ ~~...~~ stwierdziły prostoliniową zależność wzoru ( ) z doświadczeniem

co do zależności ~~...~~ współczynnika h od temperatury, jako też bezwzględnej jego wielkości.

Dalsze pomiary byłyby bardzo pożądane, ale też bardzo trudne do wykonania gdyż ~~...~~ ~~bardzo~~ ~~...~~ Ordr. Sw. Piot. Sy.

najdrobniejszym szczegółem nie tylko temperatury ale też objętości krytycznej, więc chodzi o niezmiernie staranne określenie obu tych wielkości, co do ~~z których~~ drugiej jeszcze wielkości podstawa trudności nie dla pierwszej, ~~Do tego także trzeba jeszcze wynieść pewne wątpliwości~~, o ile chodzi o bezpośrednie stosunki ~~gdyż w rzeczywistości~~ punktu krytycznego

gdzie tam wzięcie trzeba wpływ wyższych potęg $\left(\frac{\partial^3 v}{\partial p^3}\right)$ ... a z drugiej strony tam też zawiera się ~~...~~ wzór Rayleigha „~~...~~ wzór na wzór że „ziemia" się nad w porównaniu z długością fal świetlnych że nie jest całkiem dokładnie stosowny.

Fluktuacje gęstości w stanie krytycznym

Ta ostatnia uwaga ma znaczenie ogólniejsze i wskazuje na potrzebę dalszego pogłębienia całej teorii statycznej o ile chodzi o ścisłe określenie fluktuacji w punkcie krytycznym.

Teoria Opalescencji ~~gazów~~ cieczy

gdyż stosuje się do każdej wielkości cząstek

Tak dalece rozważania nasze nie były dokładne

Cały rozkład okazywał się zmieniał się

a natężenie pierwotnie stałe, a równie nie [illegible] światła

zawartość zaczyna [illegible] wzrost [illegible] wzrostu wielkości

nie [illegible] rzeczy. Natomiast przy przejściu tego kryt. [illegible] wzrost wielkości

rzędu 1–2° stopni: od 4.ki, a natężenie wzrasta aż do chwili kiedy punkt się skrzepnie i [illegible] się widzieć [illegible]

Wyjaśnienie opalescencji wychodzi łatwo z tego zjawiska.

Teoria Tyndalla dowodzi, że ośrodek jest optycznie niejednorodny a [illegible] że rozmiary

[illegible]

w myśl teorii Rayleigha

Niepozbyte natomiast stanowisko zajmuje wobec powyższej teorii Stein Zgł. Ch.
powołuje się na pewne doświadczenie (rzekomo dowodzące) że przejście pewnej substancji nie
nastąpić bez opalescencji. Nie wchodząc w szczegółowe rozstrzyganie tej pracy zauważymy tylko
że Stein selery opisuje pewien (powszechnie uznany odcinek natury: wodę) „teorii cieplnej przejścia ze stanu ciekłego do
gazowego jest wielkim (bardzo ważną teorią) Traubego o istnieniu „kondensów i parowań".
(z wielkich różnych cząsteczek)

Podkładem doświadczalnym dla tej teorii są doświadczenia wykazujące pewne rodzaje „opóźnienia"
zmian stanu, które zachodzą nagły chwilowe gdy tylko substancja zostaje wyrwana z równowagi mieszania ultrapoczątku.
(wskutek wzrostu ciśnienia i wystąpienia wybuchowej) Wydaje mi się mało
prawdopodobne że przejścia one tylko na (niedostatecznem wyrównaniu temperatury.) Jeśliby się jednak
(wszystko od tych powodów) (a przy zrównaniu byłoby) (doświadczenia dawno) (mogły stanowić ...)
(mieli) mogły sprawdzić, ... mogły tezy, przy czym stosunek zgodności tylko
do stanu równowagi termodynamicznej (tj. do substancji rozmiękanej).

*) To samo prawdopodobnie jest wytłumaczeniem pewnych obserwacji Zyborskiego.

Zupełnie analogicznie zjawiska opalescencji (jak się parach najbliższych w stanie krytycznym)
(mieszanin podwójnych) rozpuszczalników; takie do tychże ... analogiczne do ( ) daje się Ratowdostosować. Istotnie
(w tej ... wartości) tu tutaj kontrola zależności ... od temperatury (endogenicznej, jak wyżej) została przeprowadzona
(W. Ostwald) (z pewnymi ... skutkami a nieanowicie)
przy pomocy dawnych pomiarów Freundlicha.

Łączy się z tymi zjawiskami dalszy bardzo ciekawy problemat: barwy niebieskiej barwy nieba.

Wiadomo że Lord Rayleigh tłomaczył to na podstawie wzoru ( ) jako skutek opalescencji
(tak jak gdyby powietrze było zawieszone tych ciał) spowodowanej przez drobiny powietrza zawieszone w próżni. Trudności polegają na tem że nie
(Rayleigh) (przypuszczał) (omijał) nie wszystkie drobiny przyjęcie ze swoją teorią gdyby wynik że
tym drobnem przyjąć objętość T i całkowit Σ ...
ośrodek mętny musi ... przebyć pewny współczynnik załamania μ $(1 + NT\frac{\Delta\mu}{\mu})$. Przyjmując
(normalny) pozyjnym wypadku że to właśnie jest (współczynnik załamania powietrza ... który otrzymamy przez
μ_0 stąd ... z relacji

$$\mu_0 = 1 + NT\frac{\Delta\mu}{\mu}$$

a wzór końcowy w formie

$$h = \frac{32}{3}\frac{\pi^3}{\lambda^4 N}(\mu_0 - 1)^2$$

Zawiera już tylko wielkości przystępne kontroli liczbowej, i-o ile wnioskować można z dotychczasowych
(dej wyjątkiem z (obserwowanym w krytycznych warunkach stanu)
przeświadczeń się, że wzór wielkości dla h z ... wynikający istotnie ... przeczytaniem
otrzymany ... oraz barwę i ze stanem polaryzacji światła pochodzącego z „nieba".
Zdaje się na pewno że jest to tłomaczenie nie ma żadnego związku z naszym tematem, tymczasem pokazuje się
... jest to ... że takie wzory ( ) dają ... ten sam wynik
(fakt) zastosujemy go do pewnego szczególnego.
dają ... tę samą formułę ( ) jeśli ...

Powyższego wydaje, że istnieją zatem dwa niezależne powody opalescencji ... w stanie normalnym:
rozpraszanie światła ... drobnymi (przez ...) cząstkami (wzór Rayleigha) i rozpraszanie ... przypadkowymi
(odchyleń od równowagi) (gęstości) gęsto. Później natomiast przytoczyłem się razem
... drobnem jednak (do przekonania że tak nie jest i że obydwa czynniki
są w mocy samej identyczne.

*) Tekstowo nostypcy
Rayleigh, Natanson

Obecnie zatem przeciwieństwo teorji kinetycznej (dwóch rodzajów) nie istnieje; ~~optyczno-elektronowej teorji (Rayleigha, Lorentza, Natansona)~~ tu omówionych jeszcze nie zostały całkowicie wyjaśnione. Cieszyłem się jednak że nie tylko przeciwieństwa teorji ~~są~~ jak raczej metody i że w teorji wydrukowanej zwłaszcza muszę mniejsze dobre strony obydwóch sposobów — *) nieścisłe wrzucenie mechanizmu elektronowego i statystyczne rozstrzygnięcie prawdopodobieństwa pomnożyło się wkład.

*) które po.

* [illegible]

Analizując bowiem obliczenie Rayleigha spostrzegamy że otrzymuje on effekt (dyfrakcyjny) pochodzący od drobin (przypuszczając że są równomiernie rozmieszczone, a [illegible]) dodając po prostu natężenie światła rozbudzonego przez każdą z nich z osobna — a to może być wyjaśnieniem ~~fakt~~ (uprawdopodobnione jedynie w razie jeśli źródła dyfrakcyjne są zupełnie nieregularnie, przypadkowo, rozmieszczone. W takim zaś razie (układ ich) nie zdoła czynić parallelnym wytworzonym w ( ). Jeśli (gdyby) istniały bardzo silne siły odpychające między drobinami, ~~to byłby one~~ zniknęłyby tendencje do zmian ich położenia bez skupień i rozrzedzeń (wtedy) w rysowanej siatce pustrzenia i takie rachunek Rayleigha straciłby (wielką podstawę.

(również) (Naszej teorii opalescencji) (którego błędu wielko Rayleigha byłoby zatem przypadkiem) w obliczeniu (w każdym razie dla pary (chodzi) ~~Ale~~ wydaje się jednak że nie wszystkie elementy prawdopodobieństwa które (w) rachunku Rayleigha (są potrzebne chociaż) nie wystąpią ~~dostatecznie~~ (tak) wyraźnie. Obliczenie to ~~jest~~ jednak jest o tyle niekompletne (wielkości) ~~[illegible]~~ zadowolić się opiera się na pół empirycznej, pół teoretycznej wzorze Lorentza oraz na teorii elektryczności, podczas gdy z dzisiejszego punktu widzenia mechanizm wszelkich ~~tych~~ zjawisk (światła) (i światła tego widzimy na nich powstawać) (Podobne zmiany takie można podnieść przeciw A.R.) ... zjawisk polega na zjawiskach elektronowych. (Tzn. zrozumienie tych zjawisk wymaga zatem zastosowania (przeniesienia) mikroskopijnych pojęć teorii elektronów (ich) ~~[illegible]~~ na układ zjawisk elektronowych.

Wielkim postępem w tej dziedzinie teorii Rayleigha stanowią prace W. Natansona rozważenie dzisiejszego mechanizmu powstawania fal stojących (opalesc.) wskutek dyfr. elektronowych rozbudzonych przez ~~[illegible]~~ światło padające.

Pokazały one że do jakich wzorów ( ) wystarczy przyjęcie pewnych postaci zaburzeń, których wzajemnie swoją drogą dane być może tylko przez ~~[illegible]~~ (rozważania z zakresu prawdopodobieństwa. Przypuszczam że gdy uda się problem ten całkowicie wyjaśnić okaże się że ~~[illegible]~~ omówione powyżej wzory dążą do tego samego celu wychodząc z różnych (różnymi) myśli lub różnych założeń) ; że przy konsekwentnie przeprowadzonej powstania wzór ( ) ważny dla gazu rzeczywistego (tylko dla gazu rzeczy.

Pozostaje (zbadanie doświadczalne) nad tym problemem.

Pozostaje jeszcze (doświadczalnie) (laboratoryjnymi środkami) ; i

Dawno pożądany byłby oczywiście (dalsza) doświadczalna kontrola ~~[illegible]~~ powyższych rozważań dotyczących błękitu nieba. Niestety jest ona bardzo utrudniona ~~[illegible]~~ ubocznymi zjawiskami, powodowanymi wilgotnością atmosfery, pyłkami itd. (Można jednak obawiać i nie jest wcale rzeczą ich tym prostszym dojść może pomiarami nad ~~[illegible]~~ Dokładne atmosfery zbadałby można stosunek rozbieżności pomiarów Kostyle co do opalescencji powietrza.

Ex libris mecho

Opisu dwóch rodzajów opalescencji krytycznej.

Istnieje jeszcze trzeci przypadek w którym obserwujemy wybitne wygęszczenie cząstek, a mianowicie w roztworach koloidalnych. Tłumaczy się to bardzo łatwo [illegible] (który wcześniej powstanie i w tym razie)

Jeśli roztwór jest tak rozcieńczony że (dla otrzymania [illegible] można przyjąć prawo Boltz. przez nie wyznaczone (patrz niżej §..) cząstki się rozdzielą się zupełnie przypadkowo czyli że)

Ponieważ NT oznacza całkowitą objętość cząstek zawieszonych możemy się spodziewać będzie tem większe im większa jest objętość pojedynczych cząstek T. [illegible] Ponieważ spostrzeżenie to dałoby nam metodę do określenia wielkości T; tak mieliby[illegible] równocześnie sposób określenia ciężaru dobiorowego koloidalnych metodą optyczną. Zamierzam w przyszłości wypróbować doświadczenie tej — o ile nie wcześniej — nową metodą.

Jeśli z roztworów koloidalnych przejdziemy do zawiesin cząstek dostępnych ultramikroskopowi (widzialnych ultramikroskopem) lub mikroskopem, stwierdzimy się nowe możliwości doświadczalnego skontrolowania i zużytkowania wzorów: gdyż można bezpośrednio określić liczbę cząstek zawartych w jednostkowych objętościach — albo lepiej można obserwować wszystkie tej samej powierzchni i powtarzać określenie liczby cząstek [illegible] w regularnych (czy [illegible] tak, nie chodzi nawet o regularność!) interwałach czasu [illegible]

Tym sposobem empirycznie określić odchylenia od liczby przeciętnej dojdziemy się.

Wykonaniem takich badań zajął się przede wszystkim Svedberg, używając przy tym bardzo prostej metody eksperymentalnej; [illegible] Obserwował zawiesiny złota [illegible] zapomocą ultramikroskopu, które pole widzenia tak zwężone (zapomocą odpowiedniej zasłony przysłony) że widzane było w niej tylko mało, odrazu [illegible] (cząstek złota, szkła, [illegible] [illegible] [illegible]

Rozbieżność odstępstw od prawa Van't Hoffa

~~Zatem~~ Równie dobrze mielibyśmy też użyć wartości $\overline{\delta^2}$, co umożliwia nieco prostszy rachunek.

Wobec tego stosunek $\frac{f}{f_0}$ możemy już od jedności o wielkość proporcjonalną do (kwadratu koncentracji roztworu) ; tworzącą pierwiastek z liczby cząstek. Z tego że różność jest mniejsza niż przewiduje prawo V. Hoffa wynika (za mały energetyczny wkład Clausiusa i Helmholtza) że między cząsteczkami emulsyd muszą istnieć siły odpychające, które ~~przy rozcieńczeniu~~ (przy wzroście) koncentracji — coraz przy zmniejszeniu odstępów rosną.

Które pomnażają za bezwzględną ilościową rozbieżność prawa, w przeciwnym dotrzymane

Westgren Arkiv f. mat. fys. Svensk Ak. B 9, 1 85, 1913

Z. f. Ch. 83, 151, 1913

Svedberg Jahrb. d. R. u. E. 10, 467, 1913 ; nol. Ph. Z. 13, 1069, 1912

---

*) Svedberg wskazał dowód fluktuacyjnej koncentracji (istnienia rozbieżności klasycznych) w zmianach ciężaru właściwego roztworu i mierzenie fluktuacji przez (obserwowane przez Svedberga). Sądził że w takim razie fluktuacje ~~po koncentracji~~ ~~odchodzi~~ ~~mierzyć~~ fluktuacji przez dektyczne muszą być większe w razie większej stałej wskazanej przez dwa roztwory tak samo.

(obserwowane przez niego) (dowiedziony)

(tzn. fluktuacja dobrze dla potrzeb optyczności)

i dowodzi że takie roztwory prow. takie same tylko wskaźnik będzie fluktuacja

Dowodzi ~~[illegible]~~ a dla przedwyborki. ~~[illegible]~~ wykonaniu jednak ~~[illegible]~~ błąd argumentacji Svedberga. Obecnie tego ~~[illegible]~~ nie wystarczyć ~~[illegible]~~ jeszcze ~~[illegible]~~ wyniki doświadczeń Svedberga które zdawały się potwierdzać jego argumentację teoretyczną.

wystąpi tu zasadnicza różnica zależności od wielkości cząstek.

Jest to sprawa do dalszej dyskusji nie wyjaśnionej, ale tylko przypuszczać można że ~~[illegible]~~

W razie jeśli interwał ~~[illegible]~~ (tzn. jest ~~[illegible]~~) ~~[illegible]~~ cząstek wtedy się dopiero rozmiarem całkiem niezależnie od pojemności wkładu i (zwiększenie) wzrost tak da się stosunkowo łatwo rozwiązać. Natomiast w razie dotychczasowej klasycznej interwałów zmiana ta musi w pewnym wzdłuż zależeć od wielkości wzrostu cząstek i ~~[illegible]~~ nie liczyć się przy małej tajemnicy.

Dowodem ciekawym jest wobec tego wynik dalszych badań Svedberga które wykazały ~~[illegible]~~ istnienie systematycznych odstępstw od tych praw dla roztworów koloidalnych o większej koncentracji. Ponieważ wielkość $\bar{\delta}$ jest miarą rozmiarów ( ) bezpośrednio związanych z współczynnikiem ściśliwości gazu, więc i w tym wypadku stosunek $\frac{\bar{\delta}}{\delta_0}$ ~~[illegible]~~ empirycznie oznaczonego do teoretycznie obliczonego na podstawie ciśnienia osmotycznego (przy danej wielkości) rozmiarów ( ) może być miarą odstępstwa od prawa Van't Hoffa dla roztworów koloidalnych.

Svedberg wykreślał tym sposobem stosunek ściśliwości β do ściśliwości odpowiadającej rozmiarom na gęsto prawa Van't Hoffa: stwierdził że cząstki takich zawiesin muszą na siebie wywierać siły odpychające, gdyż ~~[illegible]~~ β okazywało się ~~[illegible]~~ mniejszem od β_0.

Tak np. dla pewnej emulsji kauczuku, której cząstki miały promień $a = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ mm otrzymano następujące wartości stosunku β/β_0 przy różnych koncentracjach [v = liczba cząstek na 10^{-6} mm^3]

$v =$	1·5	3·7	7·4	12·2	18·3	24·5	29·4	36·8	49·0	73·5
$\beta/\beta_0 =$	0·921	·816	·776	·697	·675	·637	·605	·534	·526	·522

Wstępem nawet podać na podstawie całego zebranego materiału (przy pewnej ~~[illegible]~~ zmianie) empiryczny: $\sqrt{1-\beta/\beta_0} =$

~~[illegible]~~ Co do natury ~~[illegible]~~ wzoru nie odpowiedzieć nie posiadamy jeszcze żadnej interpretacji.

Nie może być mowy o wpływie objętości cząstek (~~który się wydaje jako b w równaniu Van der Waals'a~~) (tzn. do wykazania analogii z równaniem Vdw.) i sądzę że odnośne rozważania Svedberga nie mają podstaw realnych, gdyż w wzorze ~~[illegible]~~ rozmiary ~~[illegible]~~ objętości ~~[illegible]~~ zawsze tylko minimalną (~~[illegible]~~ (rzędu 10^{-6}) część całej objętości zajmowanej, zatem ilość $\frac{b}{v}$ jest zawsze mała.

Możnaby myśleć o siłach napięcia powierzchniowego, albo też o siłach hydrodynamicznych powodowanych ruchami cząstek, lub może o siłach elektrycznych — ale obecnie wogóle trudnemu do tego kwestie dotyczące, gdyż obecnie istnienie takich odpychań nie zostało zachowane przez badania przez Svedberga (na razie zaznaczamy że wątpliwe) do pewnego stopnia.

Oczywiście wątpliwość powyższego zagadnienia tego zagadnienia w dalszym ciągu β (zwłaszcza w dalszym ciągu pracy) ~~[illegible]~~ wykonaną udowodnimy metodą, do której ~~[illegible]~~ (zwłaszcza w dalszym ciągu pracy) ~~[illegible]~~ metodą, która pozwoliła nam ~~[illegible]~~ nadpodstawie prostą sposób badania praw osmotycznych w rozwiedzonych roztworach koloidalnych i emulsyjnych.

Zmienność fluktuacji gęstości

Badania doświadczalne, które omówiliśmy w ostatnim rozdziale, dowodzą ~~[illegible]~~ zatem że cząstki rozwiedzonych roztworów koloidalnych, lub zawiesin ~~[illegible]~~ wodzie się rozpadają przypadkowo i niezależnie, rozpadają (stwierdzenie ~~[illegible]~~ fakt o zasadniczem znaczeniu dla teorii kinetycznej) ~~[illegible]~~ jak drobiny gazu idealnego, ~~[illegible]~~ (~~[illegible]~~ : że wtedy ten bezustannie się zmienia ~~[illegible]~~ (wykazuje, zatem do ch. [illegible] czy który nowoczesny indeterminizmem, w materii [illegible] nowoczesnej) ~~[illegible]~~ cząstki te czy i się poruszają. Przeciwnie kwadrat różnicy dwóch po sobie następujących liczb (np. w naszej tab.) ~~[illegible]~~ powinien wchodzić miarą dla prędkości owych zmian, czyli dla prędkości ruchów owych cząstek. ~~[illegible]~~ $\bar{\delta}^2$ ~~[illegible]~~ możnaby wyznaczyć obliczyć

~~[illegible]~~ Elektrony te zdołać byłby ~~[illegible]~~ w wyniku dużo zawsze od kształtu punktowej cząstki, ale opisy tego od obecnej wyżej rozbieżności cząstek.

~~[illegible]~~ Inteligentne metody Kolpeuna omówiono dzieje cząstek.

Tym sposobem badania te wiążą się mocno trzeciego ze zjawiskiem od dawna znanem tzw. ruchami Browna do których w dalszym ciągu pracy dodamy.

Opalenia wątroba Kolordsługi

i uwaga się ji wprost za jedno z głównych kryteriów służących do rozpoznania wątr. kol.

Sprawdzenie teorii fluktuacji przez ~~[illegible]~~ obliczenie liczby cząstek umieszczonych

Sprawd. ~~[illegible]~~ przez badania nad emulsjami

Szeregi z Inowrocławia

*) Szeregi Z. ph. Ch. 73, 547, 1910; 77, 145, 1911; Wertheim Z. ph. Ch. 83, 151, 1913

Szeregi dla Kwiatkowskiego do Kolloid. Kol. Z. 9, 219, 1911

Jako ilustracyjny przykład podajemy ~~[illegible]~~ rozmieszczenie stu punktów odnoszących się do pewnego wycinka klatki preparatu liczba cząstek obliczonych w polu widzenia była 1·50. ~~[illegible]~~ Kolumnę drugą podajemy ~~[illegible]~~ jak często zanotowano pojawienie się n cząstek — oraz trzecią kolumnę podajemy wartości obliczone wzór. ~~[illegible]~~ wykonywy wprost

Lepiej nawet wziąć wartości średnie w dw. 100 dużo...

zachowaję zgodność, tak samo porównanie liczb $\overline{(\delta)} = 0{\cdot}66$ $\overline{(\delta)}$ obl. $= 0{\cdot}67$

$\overline{\delta^2} = 0{\cdot}64$ $\overline{\delta^2}$ obl. $= 0{\cdot}67$

n	Zał.	Wzór obl.
0	22	22
1	33	34
2	26	25
3	13	13
4	4	5
5	2	1

III Ruchy Browna

Zarys historyczny

Dzieje wiadomości naszych o tzw. ruchach Browna stanowią (ciekawy rozdział w historyi fizyki. Dowodzą, jak zjawisko, od dawnych dawna znane, i wielokrotnie razy obserwowane przez badaczy tych pracami mikroskopijnemi, mogło pójść w zapomnienie i pogardę ze strony nauki oficyalnej, zapomniawszy przez długie lata jego istotę. Dowodzą też, jak puste i bezpłodne są usiłowania eksperymentatorów nie kierujących się teoryą zarysowaną ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ (zjawisko pogardzane od razu się wyjaśnia i płodnością) (nabiera znaczenia, jako ~~[illegible]~~ ważne ogniwo w systemie nauki dzisiejszym poglądzie atomistycznym, gdy tylko teorya odsłoniła) dała klucz do jego zrozumienia i bliższego zbadania.

Nazwa ruchu drobnowego (Molekularbewegung) pochodzi z angielskiego Botanika Browna który ~~[illegible]~~ w r. 1827) ~~[illegible]~~ że drobnych ziarnek skrobi zawiesionych w wodzie a przy bliższem badaniu przy ~~[illegible]~~ wykonują ~~[illegible]~~ tętniące ruchy — [przypuszczenie ruchy wpływem wahań temperatury] przekonał się, że jest to zjawisko ogólne, wykazane przez jakoby drobne cząstki substancyi ogólnie znanych w takich warunkach obserwowane.

~~Nie jest on jednak pierwszym~~ Zjawisko samo ~~[illegible]~~ co prawda już inni uczeni przed nim ~~[illegible]~~ spostrzegli, jak np. Needham ~~[illegible]~~ 1750 w Sliczu ~~[illegible]~~, ale bliżej się nim nie zajęli. Nazwą owę A. ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ od ~~[illegible]~~ sójnego nazwy, ~~dzisiejszym nazwy poglądom~~ jednak Brown tłumaczył nieco odmienny pogląd ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ przez molekuły, drobny — pojęcie ówczesne ~~[illegible]~~, gdyż ~~pojęcie drobnych ciałek~~ jeszcze nie ~~[illegible]~~ tak wyraźnie określone ~~[illegible]~~ — rozumiał Brown owe cząstki, więc nazwa drobnego pomnożenia się ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ tylko fakt ~~[illegible]~~ zauważony, ~~[illegible]~~ bez jakiejkolwiek myśli jego wytłomaczenia. ~~zjawiska~~.

Natomiast w późniejszych czasach wytłomaczenie ~~[illegible]~~ pojawiło się ~~[illegible]~~ nie przy wyjątkiem ~~[illegible]~~ do ~~[illegible]~~ zagadnienia zjawiska samego. ~~Zmierzam zjawisko jako skutek~~ ~~[illegible]~~ Prawdziwe zjawisko widzą tylko: ~~[illegible]~~ ciemy (J. Ewer), ~~jako skutek~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]

Zrozumiano że

~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ liczby które ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ uważać za miarę prędkości ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ odpowiedzi

wcale prędkości ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ tylko są to wypadkowe przemnożeń wynikające w danym czasie z geometrycznego

składania całkiej liczby drobnych wychyleń, ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ małych milowe

podziałowych ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

orientacyi w przestrzeni. Trudna zatem sprawa wyjąć zmiarowo, gdyż oczywiście ~~[illegible]~~

przesunięcia ~~[illegible]~~ oddzielnie i jednostka nam ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ siła ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

przyjmuje
Istotnie zdołał do pewnego stopnia dowiedzieć okazać niezależność tego zjawiska od rozmaitych okoliczności (jak natężenia oświetlenia preparatu mikroskopowego), co w związku z jego pomysłowością wykluczało z góry powtarzanie
części innych wspomnianych hipotez. Oczywiście ~~Nie umiał~~ jednak nie tłumaczyć Nawet jego tej teorii: tj. czy i ilościowo zjawisko Browna odpowiada wymogom teorii atomistyczno kinetycznej, a od tego wyniku zależeć
się istnienie sprawności zasadnicza. Prędkości cząstek mierzone np. przez Exnera wynosiły rzędu pewnie
0·0003 $\frac{cm}{sek}$ (dla cząstek cynkowych gumigutty o średnicy 0·001 mm). Tymczasem przyjmując zgodnie z teorią kinetyczną że średnia energia drobin cieczy musi się równać energii kinetycznej cząstek otrzymałby się prędkości teoretyczną rzędu $C = 0·4 \frac{cm}{sek}$

zapewne tylko, ponieważ
Sprzeczności między wynikami różnych autorów różnorodności i dowolności teoretycznych obserwacji, wynikające z obserwacji dość, bogdan że zjawisko
to ignorowano, tak że w żadnym podręczniku fizyki (z wyjątkiem Zahna. Nekulegyer)
ani wzmiankę o nim nie znajdujemy. Jak długo zaś ostatnio było mało o molekularno-kinetycznej istocie jego
, tego dowodem charakterystycznym fakt, że gdy w ostatnim dziesięcioleciu biegła
studia szkoła energetyków: fenomenologiczna (Ostwald, Helm, Mach, Stallo, Zermelo, Duhem
poglądy atomistyczno-kinetyczne ~~wyeliminowały odtąd się prowadziła przeciwko temu atomistyczno kinetycznej~~, ~~nie~~ kładły poglądy
~~tak~~ okrzyczane jako naukowe naiwne wierzenia, nie znalazł się nikt, nawet po stronie zwolenników
kinetyki, ktoby ostatecznie był na rzecz Browna jako dowód rzeczywisty ~~[illegible]~~ za dowód terminowych
Dopiero gdy w roku 1905 i 1906 się pojawiły drobinowych
~~Ktoś do zrozumienia zjawiska i do wzmiarów pomocy sprawdzenia wyjaśnienia zasadniczych dzięki pracy~~
teoretyczne Einsteina i ~~[illegible]~~ autora niniejszego artykułu, ~~oparte na teorii kinetycznej~~
które przy użyciu metod całkowo odmiennych prowadziły jednak do
~~[illegible]~~ co do istoty ruchów Browna, zajęli się tym przedmiotem, stosując jedną z nich
~~[illegible]~~ metodę badania polegającą na ~~[illegible]~~ statystyce przemian ~~[illegible]~~, na wyznaczeniu przez cząstek w przyrodzie,
Co do owych prac teoretycznych zmarłego wypadło (że rozważania Einsteina mają charakter
więcej dydaktyczny, wyciągnięty z ogólnych ~~[illegible]~~ jego badań w zakresie mechaniki statystycznej;
~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ teoretycznego, określającego przemieszczenia cząsteczek zawieszonych w cieczy ~~[illegible]~~
~~Einsteinowi~~ ale na nowi przetarł kinetyczną otwartą czy przedstawiając zjawisko ~~[illegible]~~ wprowadzając
tam co mamy już jako ruch Browna. ~~[illegible]~~ Autor niniejszej pracy (w roku 1905 ~~[illegible]~~ o istnieniu ~~[illegible]~~ zjawiska Browna
~~[illegible]~~ pracy Erwina pisarzem był o jego istocie molekularno-kinetycznej: od tego
razu metodą rozwinął jego teorię, rozwiązując bezpośrednio metodą prawdopodobieństwa ruch cząstek (o niższym
; ~~i zmiany wyjaśniając cząstek zadań drobinowych~~. ~~Autor też na to nie~~
1904 (bezpośrednio)
Z wynikami spotkał się z pracami Einsteina całkiem niezależną drogą postępując. Autor też na to mógł
zwrócić się analogicznie do (nowo odmiennych praw mogą wystąpić w gazach. ~~Dodając się że ta zjawisko~~
zjawiska cząstek) przedmiot który powstaje wzięty z 5

które pierwszy rozpoczął już Brzęczkowski w r. ——— a które niemal bliżej badał ostatnio pan Edward Brzęczkowski.

W wielkim eksperymentatorze który podjął owe badania należy upatrywać Rudberga i Perrina oraz ze nazwą współpracowników. Z Perrina tamte ostatnie zagadnienia udało się wyjaśnić wielką ścisłość swoich teoretycznych wyników (tak że mogą one na odwrót posłużyć do obliczenia fundamentalnej odnoszącej się do ruchów Browna i rozkładu cząstek w polu grawitacyjnym) stałej w teorii kinetycznej, liczby Avogadra. Obliczenia te zarówno (potwierdzają między innymi eksperyment Perrina, dostarczają jak i) pierwotnie dalko wszystkie dotychczas metody, jedynie sposób Millikana, opartej na teorii elektronowej z nią zgodności i do dziś dnia nie jest to mają całkiem wyjaśnionym który z nich posiada większą wagę na płaszczyźnie.] Tu ograniczę się przegląd historyczny wypada mnie zwrócić uwagę na dysertacyę doktorską pani Dr Ters-Żurki zawierającą dobre streszczenie teorii ruchu na tem polu oraz z pewnymi własnymi przyczynkami autorki które stanowią, cała interesujące uzupełnienia badań teoretycznych innych autorów.

Przybliżone obliczenie przesunięć (wiadomości wstępne)

Zasadniczo myśl, na której spoczywa teoria ruchów Browna, jest przyjęcie że cząstki zawiesiny zachowują się do pewnego stopnia analogicznie jak drobiny, a mianowicie że energia kinetyczna ruchu postępowego cząstek mamy takiej cząstki równa jej średniej energii ruchu postępowego drobiny gazowej przy tej samej temperaturze. Jeżeli jest to prawda to kinetycznej gazów i jest bezpośrednią konsekwencją Maxwella, zasady równego podziału energii. Jednakże wielkość i cząstek emulsyi została zresztą takimi eksperymentami potwierdzona w sposób

Jeżeli zatem masę cząstki przez M prędkość przez C mamy zatem

1. $$MC^2 = mc^2 = \alpha\theta = \frac{3H\theta}{N}$$

gdzie współczynnik α =

~~Wynika, to naturalnie także z omówionego prawa Van't Hoffa, według którego ciśnienie~~

Takie cząstki muszą zatem także wykonywać pewne ciśnienie równe na a mianowicie gdyby jak gdyby były drobinami gazu ściany pod przepuszczalne, zgodnie z prawem Van't Hoffa implikowane wbrodzione dla cząsteczek roztworów rzeczywistych. To prawo odwrotnie możnaby też uważać za dowód

2). $$p = \frac{nH\theta}{V}$$

słuszności powyższego przyjęcia, gdyby istnienie owego ciśnienia dało się bezpośrednio doświadczalnie stwierdzić, a ewentualnie, wskazałoby to jego z roztworów rzeczywistych na emulsyę zbyt wysokowej, mogłoby się oprzeć na głębszych wzorach Maxwella o skończonej energii, które w zastosowaniu do cząstek emulsyi bezpośrednio dowodzą słuszności twierdzenia I

Później powrócimy jeszcze do

Nie wchodzimy na tem miejscu w kwestję dokładności oznaczeń Lorentza, na razie przytaczamy te obserwacje tylko jako eksperymentalny dowód analogji cząstek emisyjnych z drobinami gazu idealnego i jako ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ doświadczalne stwierdzenie podstaw, na których opierają teorje tego rodzaju zjawisk.

*) Interesujące byłyby obserwacje odchyleń od prawa [illegible] które powinny się ujawnić w zachowaniu się cząstek szybkich, oraz porównanie ich z wynikami badanemi Soddego co do wartości pola [illegible]

Przechodzimy do właściwej teorji ruchów Browna.

Że cząstki emulsji muszą odbywać ruchy samodzielne, jest rzeczą oczywistą wobec tego co mówiliśmy już powyżej. Wnek wobec czasu ( ) liczba cząstek zawartych w danej objętości jest zmienna, podobnie też z czasem ( ) wiadomość mówi (patrz Einstein), że każda cząstka emulsji z czasem swoją pozycję zmienia w ten sposób, że w ciągu bardzo krótkiego czasu T przechodzi pewien przedział czasu

$$T \quad e^{-} \quad dy$$

znajdować się będzie we warstwie o grubości dy od dna naczynia.

Z jaką prędkością jednak we zmianę cząstek lub zmianę położenia ich występuje, to właśnie zależy od rodzaju „Browna".

Najprościej ocenić możemy tę rodzaj Browna w następujący sposób

Według wzoru (1) cząstka o masie 1 zawisnąwszy w cieczy nie jest mała stale nieruchoma; ~~[illegible]~~ środek ciężkości ~~[illegible]~~ porusza się przeciętnie z prędkością C przeciętnie ruchem tego ~~[illegible]~~ wskazuje cząstka pokonywać nie zawsze, a to dla tego że pochodzi tylko z tego że drogą tego punktu w chwili zmienia kierunek, a długość przebiegu pokonywanej tą drogą jest zmienna.

Według znanych praw rachunku wynosi kwadrat

Ruch prostoliniowy cząstki zmienia w czasie tylko z prędkością początkową C_0 zmniejszałby odległość przez opór ośrodka, tak że odległość w tym kierunku w przeciągu czasu τ byłaby:

$$\frac{dx}{dt} = C_0 e^{-\frac{W}{M}\tau}$$

$$x = C\left[\tau + e^{-t\frac{W}{M}} - 1\right]$$

Czas ~~[illegible]~~ dostatecznie zatem z czasem wzrasta

W miarę jak ciało M traci swoją prędkość początkową w kierunku X nabywa prędkości wskutek nieregularnych uderzeń otaczających je drobin cząstek, wzrastających $\frac{dy}{dt}$ $\frac{dz}{dt}$, tak że wypadkowa prędkość rozwija się nieskończenie.

Jako miarę czasu pod czas którego ruch zachowuje pierwotny kierunek, można przyjąć czas relaksacji $\tau = \frac{M}{W}$ po upływie tylu czasu kierunek ruchu jest zupełnie zmieniony i w ten sposób zależny zupełnie od przypadku.

Jeśli można ruch cząstki porównać z ruchem drobiny gazowej, dla której średnia droga swobodna wynosi $l = C\tau$ i która zatem przy każdym spotkaniu zmienia całkowicie przypadkowo kierunek ruchu ~~[illegible]~~ Chodzi więc obecnie o obliczenie odległości z pozycji pierwotnej, po przebyciu większej ilości „dróg swobodnych" o wszystkich nań po kolei, wskutek przez drobiny gazowej ~~po upływie czasu długiego w porównaniu z czasem spotkania~~

~~Obserwacje [illegible]~~

Nie jest to jeszcze wzór który w naszym wypadku należy stosować gdyż w rzeczywistości drogi λ nie są wszystkie jednakowe

tylko istnieją ~~[illegible]~~ drogi krótsze, mniej więcej długości $\frac{\lambda}{2}$, a prawdopodobieństwo ~~[illegible]~~ tychże określone jest wzorem

$$W(z)\,dz = e^{-\frac{z}{\lambda}}\,dz$$

~~A~~ Wyżej podany wzór wzięto wszystkie o tyle się zmienia że ~~[illegible]~~ zamiast λ^2 należy podstawić średnią wartość

kwadratu tych dróg czyli $\overline{l_n^2} = n\,\overline{z^2}$

~~Jeśli zapytamy się o średnią wartość~~ $\overline{z^2} = \int_0^\infty z^2\, W(z)\,dz = 2\lambda^2$

Podobnie też

otrzymujemy przy uwzględnieniu zmienności tych dróg wyrażenie

$$\overline{l_n^2} = 2n\lambda^2 = 2(C\tau)^2\frac{t}{\tau} = 2C^2 t\tau$$

*) Wzór ten odwodzi się ... w odmienny sposób

Jeżeli chodzi o wszystkie kulisty zawieszone w lepkiej cieczy, spółczynnik oporu W jest określony przez prawo Stokesa $W = 6\pi a\eta v$ i otrzymujemy stąd taki sam

Dyskusja wyników

co do wielkości nie zmienia

że ~~[illegible]~~ średnia droga wzdłuż wielkości Δx nie zależy od spółczynnika lepkości

nie zależy spółczynnik lepkości ~~*)~~ jest

~~[illegible]~~ (Pierwotnie sądziłem, że ~~[illegible]~~ poprawnie tu ~~[illegible]~~ spółczynnika lepkości ~~[illegible]~~ przez wyrażenie

[na podstawie rozważań związanych z prędkością] $\frac{\partial}{\partial V_3}$ Ściślejsze tłumaczenie (S ..)

nie wpływa dla wielkości przekroczenia mnie że to poprawka nie ma racji

Z resztą ~~[illegible]~~ gdy zastanowiłem się że ~~[illegible]~~ spółczynnika lepkości w ~~[illegible]~~ płynnej mogą przy ~~[illegible]~~ wzrosnąć na wstępnych, i do ~~[illegible]~~ [illegible] jeszcze nie przyjęły [illegible] ...

$$\int_0^\infty e^{-\frac{x}{\lambda}}\,dx = \lambda$$

$$\int_0^\infty e^{-ax}\,dx = \frac{1}{a}$$

$$\int x\,e^{-ax}\,dx = \frac{1}{a^2}$$

$$\int x^2 e^{-ax}\,dx = \frac{2}{a^3}$$

$$\int_0^\infty x^2 e^{-\frac{x}{\lambda}}\,dx =$$

Otóż łatwo obliczymy (średni kwadrat) odległości ~~po~~ odległości po. n tem spotkaniu z odległości po (n-1) spotkaniu l_{n-1}, wiedząc że ~~[illegible]~~ z trójkąta (l_n, l_{n-1}, λ) wynika

$$l_n^2 = l_{n-1}^2 + \lambda^2 - 2\, l_{n-1}\, \lambda \cos\varphi$$

i że wszystkie wartości kąta nachylenia φ (drogi λ względem prostej l_{n-1}) są jednakowo prawdopodobne, jeśli kierunki następujących po sobie dróg (w głębi) są całkiem niezależne (swobodnych)

Mamy zatem $\overline{l_n^2} = \overline{l_{n-1}^2} + \lambda^2$

a ~~zatem~~ przeciętny kwadrat odległości l_n osiągnięty (w czasie t, tj. po przebyciu n dróg swobodnych) ~~w przypadkach~~ wielkiej ilości przypadków ~~spośród~~ skombinowanych, będzie zatem

$$\overline{l_n^2} = n\lambda^2 = \frac{Ct}{\lambda}\cdot\lambda^2 = Ct\lambda = C^2\tau^2\frac{t}{\tau}$$

~~Stosunek tym samym dla~~ Odstępu osiągniętego wskutek ruchów Browna wtedy w czasie t) ~~[illegible]~~

$$\overline{l_n^2} = 2C^2 t\tau = \frac{\alpha\theta}{W}\, t = \frac{H\theta}{N}\, t = \frac{6H\theta}{NW}\, t$$

~~Lub, po wstawieniu spółczynnika tarcia, wtedy wzór~~ Stokesa dla cząstek kulistych:

$$\overline{\Delta x^2} = \frac{1}{3}\,\overline{l^2} \quad \%\%$$

Rozumie się że ~~[illegible]~~ (uproszczony) rachunek ten ~~[illegible]~~ jest tylko przybliżeniem ważnym gdy w rzeczywistości drogi λ nie są prostolinijne, ~~[illegible]~~ a w związku z tem istnieje pewna dowolność w przyjęciu w do długości λ [illegible] ~~[illegible]~~ a priori, tj., dla tego też ~~[illegible]~~ można przekroić, ~~[illegible]~~ tylko jednakowo ~~[illegible]~~ dokładniej ~~[illegible]~~ (dla ułatwienia obliczeń) ~~[illegible]~~ Przekonamy się później, że szczególnie ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ — do tego samego dochodzi wynik w ~~[illegible]~~

W każdym razie ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ (powyższe) rozumowanie daje jednak wyraźny obraz całego zjawiska i wystarcza do określenia jego wszystkich charakterystycznych. ~~Jest to [illegible]~~ Pod tym względem podkreślimy zdania następujące wnioski ~~[illegible]~~:

1) Odległość l (średnia) nie wzrasta proporcjonalnie do czasu, tylko do pierwiastka z czasu; ~~[illegible]~~ (z pewnym prawdopodobieństwem) ~~[illegible]~~ bardzo ogólne, obejmujące zjawiska (które) wynikają z wielkiej liczby indywidualnych wydarzeń (mogą być również dobrze przyrównane do ruchów w sposób dowolny jak i ujemny). Rozumie się również, że nie można w ~~[illegible]~~ podać „prędkości" ruchów Browna w zwykłym znaczeniu słowa, bo zależy wynik od długości czasu obserwacji τ czasu którego przerwy bierzemy pod uwagę tem większy będzie stosunek $\frac{\text{odległość}}{\text{czas}}$ ~~[illegible]~~; tylko o ile bylibyśmy brali pod uwagę interwały czasu mniejsze niż czas τ ruchu przyśpieszonego prostolinijnego, otrzymalibyśmy określoną prędkość ruchu, a mianowicie wartość C.

~~Uważmy że prędkości C które~~ Pamiętać musimy jednak że prędkości C bezpośrednio zmierzyć nie można, gdyż kiermek ruchu cząstki wskutek uderzeń ostrzegających drobin co chwila zmienia kierunek; ~~dlatego~~ przeanalizując obserwowane w przeciągu pewnego czasu jest sumą geometryczną wielkiej liczby drobnych kawałków, stanowiących boki drogi dziwacznie zygzakowatej i będzie bez porównania mniejsze niż ~~obserwowane~~ ~~tylko~~ obserwowane.

~~Wielkości dojść do prędkości~~ Ocenę ilościową, ~~tej prędkości~~ tej prędkości można dojść różnemi metodami argumentacji.

Najbezpośredniejszy — choć tylko przybliżony sposób — jest następujący.

~~[illegible]~~ Przy czem oznacza opór, którego ciało doznaje poruszając się w czasie sekundy z prędkością 1; odwrotność tej wielkości będziemy nazywać (za Kirchhoffem) ruchliwością ciała.

Opór ten pochodzi oczywiście od uderzeń drobin ostrzegających, które ~~poruszają~~ powstają przy uderzeniu będą przekazywać chwilowemu ruchowi ciała ~~Impulsy przypadkowe~~ Uderzenia będą jednak takie posiadać prawo składowe prostopadłe do osi X, które wytworzą z czasem ~~[illegible]~~ składową prędkości w kierunku osi Y, Z. Ponieważ zaś przeciętna energia kinetyczna ma prawdziwą równą wielkości C, widzimy że dla cząstki poruszającej się z prędkością (średnią) „drobinową" ( ) hamowanie ruchu w kierunku X i równoczesne nabywanie składowych prędkości prostopadłych są zjawiska ze sobą zespolone; wypadkowa prędkości pozostaje niezmieniona, tylko ten się zakręca.

2). Ruch Browna jest całkiem zupełnie niezależny od gęstości cząstek poruszających się i tylko zależy od ich wielkości. — ~~[illegible]~~ ~~które tutaj już dawno~~ ~~[illegible]~~ Rozumie to można zwróciwszy że cząstka o większej masie M posiada oprawdzie mniejszą prędkość C ale zato przez dłuższy czas τ odbywa drogę przybliżenie proporcjonalną, tak że iloczyn $C^2\tau$ powstający ~~[illegible]~~ w cząstce wyżej mszy zupełnie.

3). Brownowskie ruchy jest odwrotnie proporcjonalna do współczynnika tarcia cieczy. W danej dawno już zauważono, że np. w glicerynie ruchy te ~~[illegible]~~ są bardzo małe. ~~Jako przykład [illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ zdarzenia przez Fr. podane przez Brown.

Także wpływ temperatury, przypisywany ruchy Browna, pochodzi przedewszystkim — od zmniejszenia tarcia p.

4). Ruchliwość jest odwrotnie proporcjonalna do pierwiastka z promienia ciała. Również i to było wiadome od samego początku że ~~[illegible]~~ mniejsze cząstki szybciej przesuwają się od większych, ale ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ dokładnych dotychczas dopiero późniejsi eksperymentatorzy.

Dzisiaj ~~[illegible]~~ wszystko bodaj doświadczalnie zgadzamy się jeszcze dalej w ~~[illegible]~~ ...

~~Wpadł dotychczas prostaków jeszcze pracę [illegible].~~

Prawdopodobieństwo przesunięć różnej wielkości

Prawo rozkładu przesunięć

~~Kraśnie~~

Przedmiotem — wypadnie jeszcze zastanowić się nad jedną kwestią, którą dotychczas wyżej nie rozwiązał. Na wyrzucie ~~[illegible]~~ wiele się nam chwilkę będzie wielkość przesunięć ale nie zastanawiliśmy się jeszcze

[illegible] jednak przyjdziemy do [illegible] [illegible] [illegible]

Stwierdzenie doświadczalne prawa rozkładu

Skłaczowy rozkład tworzów przy przebiegu przypadkowego, jak wynika z porównania rozkładu punktów, jako funkcji odległości $\rho = \sqrt{\xi^2+\eta^2}$, z wzorem teoretycznym dwuwymiarowym, łatwo wynikającym przy założeniu (1):

$$p(\rho)\,d\rho = \frac{1}{2\pi\sigma^2}\, e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}}\, 2\pi\rho\, d\rho$$

Liczby te liczby przyrostów

W tablicy poniżej [illegible] liczby [illegible] w którą pierwszego rzędu [illegible] podziału [illegible] kolorych (biorąc jako jednostkę czwartą część promienia z empirycznie oznaczonego średniego kwadratu odległości w 1 ruchu), liczby drugiego rzędu słowi punktów obliczonych według wzoru ( ) na 500 doświadczeń, a ostatniego rzędu odpowiednie liczby zaobserwowane:

0–1	1–2	2–3	3–4	4–5	5–6	6–7	7–8	8–∞
32	83	107	105	95	50	27	14	7
34	78	106	103	75	49	30	17	9

Uznać trzeba za już to pełne potwierdzenie prawa rozkładu przypadkowego.

Jeśli bowiem pojedyńczy zgorzelec równie dobrze może mieć znak dodatni, jak ujemny, to ~~prawdopodobieństwo wszystkich~~ stąd prawdopodobieństwo $p(y) = \cancel{\ldots}$ aby pośród n prób y razy więcej było dodatnich niż ujemnych, ~~wynosi~~ będzie (wynikać na tworzy wzór Stirlinga) ~~równe~~ przechodzi w

$$p(y) = \frac{1}{2^n}\,\frac{n!}{\frac{n-y}{2}!\,\frac{n+y}{2}!}$$

co dla dużych n i y ~~[illegible]~~

$$p(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi n}}\, e^{-\frac{y^2}{2n}}$$

(czyli w granicy $y \to y + dy$ przechodzi w $\sqrt{\frac{1}{2\pi n}}\, e^{-\frac{y^2}{2n}}\, dy$ $\quad \frac{1}{\sqrt{\pi}}\, e^{-\xi^2} d\xi$)

Przyjmując wielkości przemnożeń pojedyńczych $\Delta\lambda_x$ jednakowe, ~~[illegible]~~ tak że całkowite przemnożenie Δx jest proporcjonalne do y, otrzymujemy wreszcie dla prawdopodobieństwa przemnożenia (ξ) prawo formy

$$p(\xi)\,d\xi = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\, e^{-\alpha\xi^2} d\xi = \frac{1}{\sqrt{2\pi\overline{\xi^2}}}\, e^{-\frac{\xi^2}{2\overline{\xi^2}}} d\xi$$

charakterystyczny dla rozkładu błędów według Gaussa, przy czym współczynnik α zależy jest z średniego kwadratu odchyleń ξ przez relację

$$\overline{\xi^2} = \frac{1}{2\alpha}$$

Zupełnie ten sam wynik ~~otrzymamy~~ się wyprowadzi (przy ogólniejszem założeniu że przemnożenia λ_x są różne, jeśli tylko) 1). prawdopodobieństwo dodatniego przemnożenia $+\lambda_x$ równe się prawdopodobieństwu przemnożenia ujemnego $-\lambda_x$, 2). przemnożenia pojedyńcze są niezależne 3). liczba ich jest duża.

W roku 1900 [illegible] Pearson i Chandrasekhar ~~[illegible]~~ obserwacje (przy przemnożeniach będzie o takich dużych co 30 tysięcy) ~~[illegible]~~ przemnożenia Δx wzięte kolejno (o przeminiu $a = 0.212/n$) gęsto pity. ~~[illegible]~~ Tablica następująca wskazuje w pierwszym wierszu liczby przebiegów (wielkości i/n) ~~w których~~ ~~[illegible]~~, drugą liczby przemnożeń ~~w których~~ które spadły w odpowiednich przebiegach, trzecia liczby obliczone na podstawie wzoru ( ) (przy uwzględnieniu określonej wartości $\overline{\xi^2}$)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
48	38	36	29	16	15	8	7	4	4
44	40	35	28	21	15	10	5	4	2

~~Jeszcze wiele podobnych jest~~ Podobnie też można (według Langevina) wykreślić odchylenia pod wskazanym przemnożeniu jako wektory z wspólnego początku spółrzędnych. Diagram tak otrzymany, ~~ilustruje prawo rozkładu przypadkowego~~ ~~tak samo jak~~ który wyjaśnia wszystkie wzory, ~~dla~~ którą służyły jako cel przy stwierdzeniu,

$\boxed{\text{Związek z teorią dyfuzji}}$

~~Zwróćmy się teraz~~ Zauważmy jeszcze że wzór (określający prawdop. przemnożeń) da się wyrazić w formie

$$p(\xi)\,d\xi = \frac{1}{2\sqrt{\pi D t}}\, e^{-\left(\frac{\xi}{2\sqrt{Dt}}\right)^2} d\xi$$

przy tym wprowadziliśmy stałą D na podstawie wzoru $\overline{\xi^2}$ równą proporcjonalnie do czasu t. Przy tym wprowadzimy stałą D na zasadzie jeszcze jeszcze do określenia stałej tamtej tamtej dwiema wielkościami: $D = \frac{\overline{\xi^2}}{2t}$

Jeśli zatem na czas $t=0$ istniał pewien rozkład cząstek wzdłuż osi X ~~tak że gęstość~~ ~~[illegible]~~ (gęstość funkcją $F_0(x)$), tak że gęstość, czyli ilość cząstek przypadająca na jednostkę objętości w odległości x, była równa $F_0(x)$, to po upływie czasu t ~~rozkład~~ ustali się rozkład ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

W rachunku powyższym chodziło nam o wypadkowe odchyły cząstek z pozycji początkowej.

Jeżeli zaś chodzi nam o rzut ruchu na kierunek stały, który obrać możemy za oś $\bar{X}$, w takim razie

widzimy z powyższego $\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = l^2$.

średnia przeciętna wartość kwadratu odchyłki Δx w danym czasie odpowiadający będzie trzecią częścią wartości

kwadratu całkowitej odchyłki

$$\overline{\Delta x^2} = \frac{1}{3} l^2$$

Takiej ~~rzeczy~~ formie da się przedstawić cyfrowo całkę zasadniczego równania dyfuzji ~~substancji, która~~

$$\frac{\partial F}{\partial t} = D \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$$

i takie łatwo sprawdzić można że wyrażenie ( ) tym równaniu zadość czyni.

Wskażemy więc że cząstki emulsyjne dyfundują w substancji w której Brownowskie pole otaczają ośrodek podobnie jak drobiny substancji którą współczynnik dyfuzji D, ~~[illegible]~~ jest

Z tym współczynnikiem związany jest zatem średni odchyl odległości w czasie t przez zależność

$$\overline{\xi^2} = \frac{1}{2\alpha} = 2Dt \qquad D = \frac{\overline{\xi^2}}{2t}$$

który daje się także łatwo wyrazić przez [illegible]

Tego związku można użyć (wzór Einsteina), aby za pomocą obserwacji ~~[illegible]~~ dokładnego wzór dla wielkości $\overline{\xi^2}$. ~~Opierając się na pojęciu ciśnienia osmotycznego i~~ ~~[illegible] hipotezie fikcyjnej~~

Opierając się na pojęciu ciśnienia osmotycznego i powszechnie przyjętej hipotezie że zjawisko dyfuzji wytłomaczyć się daje ~~[illegible]~~ za pomocą fikcyjnego pojęcia ciśnienia osmotycznego, które cząstki ~~[illegible]~~ z miejsc o większej koncentracji popycha ku miejscom o mniejszej koncentracji, można obliczyć prędkość tego ruchu dyfuzyjnego.

Z wzoru ∂u ( ) wynika mianowicie że w razie jeśli liczba pęcherzyków n jest zmienna w kierunku osi x: ~~[illegible]~~ na cząstki, w warstwie Δx zawarte, działać będzie ciśnienie osmotyczne (i pokrzyżuje jednostkowej)

$$F = \frac{\partial n}{\partial x} \Delta x \frac{H\theta}{V}$$

Liczba tych cząstek wynosi $n \Delta x N$, zatem otrzymamy ~~[illegible]~~ jeśli siłkiem F podzielimy przez ich liczbę i masę i prędkość ruchu ~~[illegible]~~ zabrudzenia ~~[illegible]~~ wyniesie ona w:

$$u = \frac{1}{W} \frac{H\theta}{V} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x}$$

~~[illegible] z [illegible] przypadku [illegible] w przypadku [illegible]~~

~~na każdy zwrot zatem przypada siła~~

$$\Delta F = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x} \frac{H\theta}{N} \quad \text{~~która według prawa Stokesa powoduje ruch z prędkością~~}$$

Jeśli zatem przyjmiemy ~~[illegible]~~ prawo Stokesa, to opór którego ona doznaje poruszając się z prędkością u w kierunku x (dla tego ruchu otrzymujemy z podstawienia tych) jest równa $6\pi\mu a u n \Delta x N = \frac{\partial n}{\partial x} \Delta x H\theta$

Z drugiej strony współczynnik dyfuzji oznacza

$$D = n N u \cdot \frac{4}{3}\pi a^3 \rho$$

Otrzymamy to równanie jednakowe formie

$$u n = \frac{H\theta}{6\pi\mu a N} \frac{\partial n}{\partial x}$$

Widzimy że szybkość ~~[illegible]~~ prędkości przez ~~[illegible]~~ współczynnik prawej strony ma znaczenie wielkości D

Z drugiej strony przechodzącej przez ~~[illegible]~~ jednostkowy ~~[illegible]~~ Skoro prawy ~~[illegible]~~ będzie ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ równać się ~~[illegible]~~, to czyniąc spółczynnik dyfuzji i prędkość koncentracji: $n u = D \frac{\partial n}{\partial x}$

zatem otrzymujemy przy podstawieniu na wielkość współczynnika dyfuzji: $D = \frac{H\theta}{N} \frac{1}{W}$

~~[illegible]~~

Wreszcie na mocy rozważań S^5 lub podobnych argumentacyj Teorii można wywodzić wzór $\xi^2 = 2Dt$ (or. ...)

~~[illegible]~~ Jak otrzymujemy wzór dokładny ~~[illegible]~~ że ostatnim przy podstawieniu prawa Stokesa

$$\overline{\xi^2} = \frac{H\theta t}{3\pi\mu a N} = \frac{2}{W} \frac{H\theta}{N} t$$

dla średniego kwadratu przesunięcia równoległego do x [illegible] się ustawi:

Widzimy że ....

Langueur a mutilo
obliendo

$$n = \frac{\mu}{N}$$

$$mc^2 = 3R\theta n = \frac{3R\theta\mu}{N} = \frac{3H\theta}{N}$$

[illegible]

Przeciwko teoretycznemu rozumowaniu opisanemu albo na mocy innej estrapolacji z zachowania się "wartości „nieograniczonych" na ~~[illegible]~~ analogię, albo też, co z punktu widzenia teorji jest poprawniejsze,

* Jest to z tyle wyjątkowe że niektóry przyjmuje, [illegible] (Duclaux ?)

Dobrzy jednak posiadamy także niewątpliwe dowody doświadczalne słuszności równania (2) w zastosowaniu do rozważanych zagadnień. Tym samym wszelkie prawa

Istotnie prawo to łączy się ściśle z trzeją wskaźnika Drudego, pośredniego jej ~~[illegible]~~ omówienia nieco wyżej.

Jeden sposób ~~[illegible]~~ empirycznego sprawdzenia ważności prawa (2) dla zawiesin polega na obserwacji ~~statystycznego rozkładu~~ rozkładu przestrzennego jej cząstek. ~~Jest to bezpośrednio rozumiałe że ze~~

Rozumie się przez się że układ cząstek nie będzie idealnie jednorodny w każdej chwili, to znaczy że nie mogą one tworzyć układu regularnego o całkiem równych odstępach między cząstkami. ~~[illegible]~~ Należy zatem ~~[illegible]~~ w każdej chwili istnieć przypadkowe zgęszczenia i rozrzedzenia w różnych częściach przestrzeni wypełnionej emulsją ~~i stąd~~ (względnej wartości) odpowiadające przestrzeni rzeczywistej lub przestrzeni, odpowiadającej wodzeń całkiem jednostajnym. ~~Niech~~ ~~Następnie~~ Niech będzie liczba cząstek która by przy równomiernym rozkładzie przypadła na ~~dla pewnego podobszaru wyodrębnionego~~ daną przestrzeń, a V_0 liczba istniała w danej chwili w niej się znajdująca tak że $\delta = \frac{V - V_0}{V_0}$ jest rzutem ~~pewnej~~ chwilowem zgęszczeniem; liczba V_0 przyjmujemy ~~[illegible]~~ przy ~~za dużą tak aby dla ~~[illegible]~~ [illegible]~~ *)

Wtedy można na podstawie rozważań statystycznych wyprowadzić ~~[illegible]~~ wzór dla prawdopodobieństwa danego zgęszczenia zawartego w granicach δ .. $\delta + d\delta$ w formie

$P(\delta)\, d\delta =$

*) Smoluchowski, Drudl der Chem.

a z tego wynika średnia wartość ~~zgęszczenia~~ ~~[illegible]~~ odchylenia od równowagi gęstości

$\bar{\delta} = \sqrt{\overline{\delta^2}} = \frac{}{\frac{\partial \pi}{\partial p}}$

~~[illegible]~~ gdzie $\frac{\partial v}{\partial p}$ przedstawia „ściśliwość" emulsji, ~~[illegible]~~ dającą się obliczyć z równania charakterystycznego $v = f(p, \theta)$ [wyrażającego związek między ciśnieniem osmotycznym, temperaturą i objętością właściwą]

Można zatem także odwrotnie (określić empirycznie) ściśliwość, ~~[illegible]~~ i tym samem określić kształt równania charakterystycznego, obserwując ~~[illegible]~~ przy odchylenia od ~~równomiernego~~ równomiernego rozkładu cząstek.

W razie jeśli istnieje związek formy Boyle-Charlesa (a) otrzymamy $\bar{\delta} = \frac{1}{\sqrt{V_0}}$,

gdyby zaś ~~istniały~~ między cząstkami panowały siły przyciągania odpowiadające wzorowi $\frac{a}{v^2}$ w równaniu Van der Waalsa, odchylenia ~~[illegible]~~ $\bar{\delta}$ byłyby większe; przeciwnie siły odpychające (~~[illegible]~~ tzn. objętości ~~[illegible]~~ cząstek) zmniejszyłyby się rozpatrzeć w większej równomierności rozkładu, czyli ~~większej wartości~~ zmniejszeniem odchylenia $\bar{\delta}$ (zawsze jeszcze istnieją)

Prawo Drudla (2) wymaga siły ~~cząstek i działają się~~ siły międzycząstkowe były zawsze małe w tym wypadku zatem prawdopodobieństwo pobytu jakiejkolwiek cząstki jest całkiem niezależne od w danym miejscu

Podajemy jeszcze jeszcze jedną ~~Najprostszą~~ metodę wyprowadzenia wzoru na uogólniony potencjał (~~pochodzi wyłącznie od~~ który zwykle pochodzi od Lagrange'a) typu pomiarów jest rachunkowo ~~najprostsza~~ i łatwo daje się dostosować ~~do wszystkich~~ tak jak jest ~~jedyna~~ ~~jest jedyna metoda~~ (wprost)

Wyobraźmy sobie że ~~dowolne~~ ciało, ~~podlegające wszystkim~~ ~~wszystkim~~ podlegające wyrażeniom „Lagrange'a" określone współrzędnymi α, (mogą nam dla każdej siły zawsze wartości powstałej jej zawsze $\neq 0$ przyjąć $\alpha = 0$.) ~~w takim razie~~ które może być np. ~~dowolne~~ odległością środka ciężkości od $\bar{X}$ lub takie kątem obrotu koło osi stałej. ~~W takim razie~~

Niech energia kinetyczna będzie $L = \frac{m}{2}\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2$, i niech ciało podlega tylko oporowi $\bar{F}\frac{d\alpha}{dt}$ oraz nieznanemu (proporcjonalnemu do prędkości) pędowi obrotowemu ~~Stąd~~ równania ruchu ~~takiego~~ typu ciała ~~jest dane~~ powinny być formy

~~$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \alpha}\right) = \bar{F} - \frac{1}{\beta}\frac{d\alpha}{dt}$$~~

Jeśli
$$m\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \bar{F} - \bar{W}\frac{d\alpha}{dt}$$

Mnożąc przez α otrzymujemy przez prostą przekształcenie:

~~$$\frac{d}{dt}\left(m\alpha\frac{d\alpha}{dt}\right) - m\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 = \bar{F}\alpha - \frac{1}{\beta}\alpha\frac{d\alpha}{dt}$$~~

~~lub uporządkowując~~

$$\frac{m}{2}\frac{d^2}{dt^2}(\alpha^2) + \frac{1}{2\beta}\frac{d}{dt}(\alpha^2) = \bar{F}\alpha + m\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2$$

lub całkując wzdłuż przez czas t (i uwzględniając że $\alpha = 0$ za czas $t = 0$)

$$\frac{m}{2}\frac{d}{dt}(\alpha^2) + \frac{1}{2\beta}\alpha^2 = \int \bar{F}\alpha\, dt + 2t\bar{L}$$

Jeśli dodamy zaś odpowiednie wyrażenia dla wszystkich współrzędnych i podzielimy przez m liczbę ~~tych~~ otrzymamy równanie określające zależność przez wszystkie wartości $\overline{\alpha^2}$:

$$\frac{m}{2}\frac{d}{dt}(\overline{\alpha^2}) + \frac{1}{2\beta}\overline{\alpha^2} = 2t\bar{L}$$

Ponieważ człon po prawej stronie równa się ~~całce~~ $\int \bar{F}\alpha\, dt = \sum \alpha \int F dt$ z iloczynu z chwilowej wartości $\bar{F}$ oraz z sumy impulsów dozwolonych przez siłę w przeciągu czasu t; jeśli zaś ~~one~~ impulsy, pochodzące z ~~wahań~~ drobnych wahań mają charakter zupełnie przypadkowy, wartości tego członu (~~dla wszystkich~~ dla wszystkich ciał) ~~stąd~~ z równym prawdopodobieństwem ~~to~~ mogą posiadać znak dodatni jak ujemny, zatem ~~musi być~~ musi być ~~zmiękcone~~ zmiękcone mniej ~~wielkości~~ ~~wielkości a więc~~ w porównaniu z ~~członem~~ członem po prawej stronie, przedstawiającym iloczyn z czasu i z średniej energii kinetycznej ~~ruchu~~ ~~wszystkich~~ ruchu $\frac{d\alpha}{dt}$, która dla wszystkich ciał ~~jest~~ ~~jest~~ jest jednakowa. ~~Na podstawie energii~~ Stosując wzór twierdzenia Rayleigh o ekwipartycji musi się rozwinąć:

$$\bar{L} = \frac{1}{2}\frac{H\theta}{N}$$

Zatem tedy ~~pomijając~~ całkować we równaniu ~~przy pominięciu~~ wpływu członu $\int \bar{F}dt$. Otrzymujemy

$$\overline{\alpha^2} = \beta\left[\frac{2H\theta}{N}t - C e^{-\frac{\beta t}{m}}\right]$$

Ponieważ ~~jeśli~~ zaś początkowo wartość za czasem $t = 0$ ma być $\alpha = 0$ więc człon zawierający C musi zniknąć (zresztą ~~funkcja~~ wykładnicza malejąca nieograniczenie szybko w porównaniu z t) i otrzymujemy wzór dla przeciętnego kwadratu odchylenia współrzędnej α z położenia początkowego:

$$\overline{\alpha^2} = \frac{2H\theta}{N}t$$

Jest to wzór dla α w najogólniejszej postaci ~~i~~ wszystkich współrzędnych ~~i~~ ~~wszystkich~~ wszystkich opisanych równaniami metody (8)

Einstein ~~[illegible]~~ wzór ten jest w postaci $\overline{\alpha^2} = \frac{2H\theta}{N}Dt$

zawierając charakterystyczną $\frac{1}{W} = D$ mobilności parametru

Znaczy to, że na mocy wzoru powyższego przeprowadzony wzór pośredniego, czyli podajemy statystykę zawiesiny (dyfuzyjną cząstek emulsji). Istotnie ~~Łatwo sprawdzić można że~~ wiadomo że

*) Rozwiązanie odpowiednie podałem dla dyfuzji drobin jeszcze już w roku 1906

Pozostaje zatem obecnie ustalić wpływ symbolu D wyrażającego ... : jest to współczynnik dyfuzji cząstek emulsji (które) (w statyce wyżej wzorów Brownowskich ~~Tak się (tak chodzi w [illegible]) że w czasie~~ związany jest z średnim odstępem rozpędzonym w czasie t przez cząstki) zgodnie z równaniem

$$\overline{\xi^2} = 2Dt.$$

Istnienie zjawisk dyfuzji w tego rodzaju emulsjach istotnie znane było już Exnerowi. Ale ilościowe obserwacje są bardzo trudnemu powodzeniu tych zjawisk czyli wartości liczby D (patrz §. ...)

Wiadomo że przez dziesiątki lat — ~~pod tego~~ popędzające rozwój teorii tych zjawisk — brak ciśnienia osmotycznego wobec ze (liczby charakterystycznych dla roztworów koloidalnych.

~~Dotychczas~~ Udało się jednak L. Mellowa'owi ~~[illegible]~~ wykonać nawet precyzyjny pomiar ilościowy współczynnika dyfuzji w pewnym wypadku, zapomocą metody bardzo pomysłowej, ~~obserwując~~ mierząc ~~(liczbę cząstek gumogutu które się z jednostki [illegible] przyklejały~~ to Polegało ono na fakcie, że cząstki gumogutu, zawieszone w glicerynie, przylepiają się do ścian naczynia szklanego, gdy tylko przypadkowo z niemi się zetkną ~~[illegible]~~ zmniejszenie koncentracji cząstek powierzchowych ~~[illegible]~~ (przechodzeń) ~~[illegible]~~ dyfuzji z wnętrza naczynia, tak że liczba cząstek gumogutu przylepiających się do ściany obliczyć się daje współczynnik dyfuzji.

Otrzymano $D = 2 \cdot 3 \cdot 10^{-11}$ tj. liczbę 140 000 mniejszą niż dla dyfuzji cukru w wodzie, a stwierdzono przy tem równe ciśnienie związek z rozmiarami cząstek w dyfuzji cieczy, dany przez równanie (...) do którego następnie przejdziemy.

Rozumowanie stosowane w powyższym wzorze dało nam pogląd bezpośredni na mechanizm ruchów Browna, ale posiada dość niedogodności że wymagało pewnych uproszczeń rachunkowych, ~~[illegible]~~ których powstają zarzuty niepewności co do współczynnika liczbowego występującego w czasie (

~~Co do tego ostatniego~~ Pod tym ostatnim względem inne metody rozumowania, metody pośrednie, ściślejsze dają wskazówki.

Tak można (wychodząc z pomysłu Einsteina) obrać za punkt wyjścia pewnego rodzaju wzorzec końcowy o istnieniu zjawisk dyfuzji wzięcie go z prawem ciśnienia osmotycznego rozumianego § ...

Wzory dla cząstek wielkościowych

W razie jeśli chodzi o ruch postępowy kuli, współczynnik β, który tutaj wchodzi „rozdzielczy", równa się na mocy prawa Stokesa $\beta = \frac{1}{6\pi\mu a}$ i powracamy tak do wzoru ( )

Odstrzał gdy chodzi o ruch obrotowy $\beta = \frac{1}{8\pi\mu a^3}$, więc średni kąt obrotu

$$\overline{\Delta\varphi^2} = \frac{\Pi\theta}{N}\,\frac{t}{4\pi\mu a^3}$$

Analogicznie można podać wzory dla osi o postaci dowolnej, na mocy znanych wzorów dla oporu dyspersji w ośrodku ciekłym. (Jak np. W przeciwnym wypadku, jeśli chodzi o ruch kreska cząstkowy, gdzie tych prostych bez wyboru ~~przypadek~~ rozróżnić tylko opór w kierunku osi kreska

(prawdziwe przeciwległe)

$$\frac{1}{\beta_1} = 16\pi\mu a$$

od oporu dla ruchów równoległych do płaszczyzny kreska : $\frac{1}{\beta_2} = \frac{32}{3}\pi\mu a$

przeciętny zaś opór dla wszystkich możliwych orientacji, który wstawić trzeba we wzór ( ), będzie

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{\beta_1} + \frac{2}{\beta_2}\right] = \frac{112}{9}\pi\mu a$$

Jeszcze inną ~~Otrzymamy jeszcze~~ metodę dowodzenia podała ~~Stokes~~ wzoru $\left(\frac{1}{6\pi\mu}\right)$ Pani de Haas-Lorentz w swej dysertacji doktorskiej; ~~To ostatnia metoda~~ ~~[illegible]~~ jest ono mało wzięte skomplikowane pod względem rachunkowym, ale tem ciekawe że umożliwia obliczenie wielkości impulsu drgającego pręta szybko mechanicznie ~~[illegible]~~ przy uderzeniu ze strony każdej drobiny cieczy otaczającej.

Krytyczne analiza obliczeń teoretycznych

Porównajmy krytycznie różne sposoby wyprowadzenia wzoru dla ruchów Browna musimy jeszcze zaznaczyć pewną stronę ostatnio podanego (Langevin), którą naszym zdaniem jest pominięcie członu $\sum \alpha \int I\,dt$. Można się Pewno zgodzić na to że będzie wielkością stosunkowo małą, ale trudno dowieść, że jest ona zupełnie znikomą — tym więcej że w analogicznym obliczeniu równania stanu gazów wielkości tej odpowiada ~~[illegible]~~ t. zw. wirial Clausiusa, $\sum(X x + \ldots)\,dt$, którego tamtego wcale pominąć nie wolno.

Oprócz tego podnieść musimy jeszcze trudność wspólną wszystkim dotychczasowym wyprowadzeniom ~~[illegible]~~ wzoru tj. wzięcie prawa oporu Stokesa. Wiadomo że owo prawo ważne jest tylko w pewnym obszarze prędkości: dla t. zw. trwałych ruchów powolnych, w których opór bezwładności cieczy znikomą odgrywa rolę w porównaniu z jej lepkością. „Kryterium powolności ruchu" wyrażone liczbą Ca ~~[illegible]~~ w ruchach Browna będzie liczbą małą, ~~w praktyce~~ jest zawsze spełnione gdy chodzi o obserwacje nieskończenie małych cząstek. Natomiast trudno ~~uważać~~ owe ruchy są dostatecznie trwałemi. Nieznany ogólnego wzoru ~~[illegible]~~ obliczającego ~~[illegible]~~ opór dla ruchów zmiennych dowodzi że.

W jednym szczególnym wypadku zaś w Ilogu się udało rozwiązać równanie hydrodynamiczne tj. gdy chodzi o ruch prostoliniowy harmoniczny ~~[illegible]~~ wykonywany przez kulę w ośrodku lepkim [Stokes motor of pendulum

pokazuje się że ~~[illegible]~~ równoczesny wzór na opór jest różny od oporu Stokesa

~~i przyjmując to~~ w stosunku $\left[1 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2u\tau}{\varrho}}\right]$

gdzie τ oznacza okres wahań. ~~Stąd wynika~~ Prawo Stokesa zatem w tym wypadku ważne jest tylko o ile ów człon dodatkowy w nawiasach jest znikomo mały. ~~Chcąc~~ Chcąc zaś porównać z tym przypadkiem stosunki panujące przy ruchu Browna ~~[illegible]~~ wypadałoby podstawić czas τ §

$$\tau = \frac{M}{W} = \frac{\frac{4}{3}\pi\varrho a^3}{6\pi\mu a} = \frac{2}{9}\frac{a^2\varrho}{\mu}$$

~~[illegible]~~ zatem ów człon dodatkowy ~~[illegible]~~ byłby wielkością wynoszącą $\frac{2}{3}$ ~~[illegible]~~ właściwego członu Stokesa.

~~[illegible]~~ W pierwszej mojej pracy *) sądziłem istotnie że (już samo) przyjęcie członu Stokesa pociąga za sobą pewną niedokładność i że trzeba się w skutek tego zadowolić przybliżonem określeniem wielkości ruchów Browna ~~[illegible]~~ później ~~[illegible]~~ porównany doświadczalne (stwierdziły jednak) coś ( ) z teorią dokładniejszą że ~~[illegible]~~ można to uważać za empiryczne stwierdzenie ważności prawa Stokesa (przy ruchach Browna) ~~w tym wypadku~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ Ten niespodziewany fakt ~~[illegible]~~ wydaje się wytłumaczyć że porównanie ruchów Browna z ruchem wahadłowym nie jest trafne albo może ~~[illegible]~~ raczej: ~~[illegible]~~ stosuje się ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ należałoby rozumowanie § gdzie prawo Stokesa w nieco odmienny sposób sprawdzone zostaje. ~~[illegible]~~ Wynik ów, który wogóle wydaje mi się z wszystkich najdokładniejszym, ~~[illegible]~~ uzasadniłby się całkowicie z podzerwania właściwie podstawowego gdyby się udało wykazać że kula wykonująca ruch wahadłowy ~~[illegible]~~ z drgań; i z ruchu postępowego jednostajnego tak się porusza jakgdyby przeciętnie dla ruchu postępowego ważne było prawo Stokesa. Przypuszczam ~~[illegible]~~ że da się to udowodnić na mocy liniowego kształtu równań hydrodyn. dla cieczy lepkiej, ale narazie ograniczam się do zasygnalizowania tego problemu.

*) Wspomnę zresztą, że ~~[illegible]~~ ówczesne obliczenie moje, stosowane do ruchu cząstek bardzo drobnych w gazie § nie podlega zarzutom powyższym, gdyż ~~[illegible]~~ obchodzi się ono zupełnie bez wyrażenia (prawa Stokesa. w którym dla gazów dwie wielkości drobne jest dużo w porównaniu z ich rozmiarami

Łączy się z tym przedmiotem także jeszcze druga kwestya, która, co prawda ~~z zastosowania~~ podaje wyłącznie teoretyczne uwarunkowania i nie może wytrzymać na ~~[illegible]~~ ważności wzorów ( ) poddając się do eksperymentalnej kontroli. ~~[illegible]~~ Wiadomo bowiem, że ciało zanurzone do cieczy (~~przy zmianach~~ prędkości ruchu) tak się zachowuje (jakgdyby masa jego była powiększona, gdyż ciecz ~~[illegible]~~ musi dążyć do zmiany jego stanu czy ruchu. ~~[illegible]~~ (Jeśli chodzi o kule poruszające się) W cieczy idealnej ~~[illegible]~~ owo powiększenie masy równa się połowie masy cieczy wypartej przez kulę. ~~[illegible]~~ Gdyzaś chodzi o kulę wykonującą wahania w cieczy lepkiej, ~~[illegible]~~ dodaje tutaj jeszcze ~~[illegible]~~ pewien człon (analogiczny do ~~członu dodatkowego, omawianego~~ poprawki dodatkowej) ~~[illegible]~~ występujący również we wzorze dla oporu Stokesa. Jeśli jednak nawet tę poprawkę pominiemy, w każdym razie masa pozorna cząstek musi być (nietylko, pomijając rzecz, większa od ich masy rzeczywistej.

(prawie o połowę)

Natomiast dla dopuszczalności wypłaconej szczyt podane przez Zamba ... nie dojdą do jednej określonej granicy dla krańcowego wypadku (elektrolity mocno rozcieńczone). ~~[illegible]~~ Dla przykładu ~~[illegible]~~ mocno rozcieńczonej ~~[illegible]~~ (przykładowo) podstawić przy rozcieńczeniu podanego i poprawnego

Dr Reuben S. ...

Wobec tego nasuwa się (niepokojące zresztą) pytanie, czy (nie ~~[illegible]~~ ono powodzeniem mogą) objawi się w zmniejszeniu prędkości C, które określa się na mocy ~~[illegible]~~ prawa ~~[illegible]~~ równoważności o wyrażaniu energii kinetycznej ( ), ~~[illegible]~~ (prędkości cząstek) ~~[illegible]~~ nie ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

jednak została zatarta przez świetne potwierdzenie teorii, których dostarczyły systematyczne ściśle pomiary wykonane przez Perrina i jego współpracowników. Metoda polegała na obserwacji ruchu cząstek zawiesin gumiguty i mastyksu i zmierzeniu zakresu jej położeń w jednakowych odstępach czasu w przyjętym wymiarze.

Kontrolowano wszystkie wyniki zmierzone wystąpienia w wzorze τ, η, a, ξ ~~przy~~ proporcjonalność z $\sqrt{\tau}$ wydziela się w pierwszej wszystkie wartości ~~proporcjonalne~~ w drugiej kolumnie.
Jak np. Chandrasekhar ~~otrzymał~~ (następującej tabliczki jako kwadrat interwału τ których wyniki zawarte są dla ~~[illegible]~~ emulsji

τ	ξ obs.	obl.
30	6.7	
60	9.3	9.46
90	11.8	11.6
120	13.95	13.4

z których zestawione są obliczone wartości na podstawie założenia proporcjonalności z ~~pierwiastek~~ $\sqrt{\tau}$

Jak dalej zależność od ~~[illegible]~~ rozmiarów cząstek oraz od współczynnika dyfuzji stwierdzoną została, to następnie zamieszczona tabliczka następująca w której Perrin zestawił ostateczne wyniki obliczając liczbę N z obserwowanych ξ, na podstawie wzoru ( )

	Rodzaj emulsji	μ	a	masa cząstek M	liczba zmierzonych przesunięć	$N \cdot 10^{-22}$
I	gumiguta w wodzie	$1 \cdot 10^{-2}$	0.50 μ	$600 \cdot 10^{-15}$	100	80
II	"	1	0.212	48	500	69.5
III	" roztw. cukru	4-5	"	"	400	55
IV	mastyks w wodzie	1	0.52	650	1000	72.5
V	" w roztw. mocznika	1.3	5.30	750.000	100	78
VI	gumiguta w glycerynie	125	0.385	290	100	64
VII	" w wodzie	1	0.367	216	1500	68.8

Wobec otrzymanych różnic M, μ zgodność wypadkowych liczb N jest bardzo zadowalająca; ~~[illegible]~~ wchodzą się one również koło ~~[illegible]~~ najprawdopodobnej wartości $N = 6 \cdot 10^{23}$ w innych sposób oznaczonej; którą ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ 68 wartości, tzw. inne wcale za niedokładniejszą. Do tej też różnicy (istnieją tu pewne różnice między tą liczbą a) jeszcze ~~[illegible]~~ w dalszym ciągu powrócimy.

Z późniejszych badań nad tym przedmiotem zasługują na uwagę prace Svedberga i Drogińsko, wykonane nad koloidalnym roztworem złota przy pomocy ultramikroskopu. ~~[illegible]~~ Dowiodły one że ruchliwość Browna cząstek o jednakowej masie jest różna, zależnie od tego jaką drogę dany roztwór został sporządzony; ~~[illegible]~~ gdy dla roztworów złota otrzymanych ~~[illegible]~~ drogą redukcyjną wzór ( ) zgadza się ~~z [illegible]~~ z pomiarami, jeśli promień cząstek obliczano z ich masy pod założeniem kształtu kulistego, natomiast ~~dla~~ w roztworów starszych lub otrzymanych ~~drogą~~ zapomocą zarodków (Keim Bilz) wielkie (do 47%) odchylenia; ~~[illegible]~~ Svedberg tłomaczy to bardzo przekonywająco tem że cząstki takie ~~[illegible]~~

tworzą gęstości skupienia z mniejszych ziarnek złożone, więc ~~[illegible]~~ współczynnik oporu musi być ~~[illegible]~~ większy niż prawo Stokesa podaje. Takie i tych pomiarach jednak proporcyonalności przemiędzy do $\sqrt{t}$ bardzo dokładnie się sprawdziło, jak to okazuje n.p. następujące ~~[illegible]~~ przykładzie ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ w którym interwały $\tau = 1{,}48$ sek

$t = n\tau$	1	2	3	4	5	6
ξ	3.1	4.5	5.3	6.4	7.0	7.8
	3.2	4.4	5.4	6.2	6.9	7.6

~~[illegible]~~ Zawsze źródło niepewności we wszystkich wspomnianych dotychczas pracach tworzy okoliczność, że wielkości ~~[illegible]~~ pomiary cząstek przemiędzy określano jako wypadkowy pomiarów odnoszących się do całej gromady cząstek. Zastosowanie wzoru ( ) jest ~~[illegible]~~ zatem tylko wtedy usprawiedliwione, jeśli cząstki są zupełnie jednakowe, a pod tym względem nawet starannie uwzględnienie metody preparowania, cieniowania, zastosowane przez Perrina nie daje pełnej gwarancyi.

Dla tego też postąpię wreszcie metody ~~[illegible]~~ które wprowadził Zeiger, Odén, Svedberg, Nordlund otrzymywać ruchy Brownowskie oraz ~~[illegible]~~ prędkości opadania pod wpływem ciężkości u jednej i tej samej cząstki, (kiedy wielkości się obliczą, to chmurkowate ~~[illegible]~~ z)

Prędkości opadania ~~[illegible]~~ na podstawie prawa Stokesa.

~~[illegible]~~ Autorzy te ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~, jako cząstki przemiany wykonywali nad ~~[illegible]~~ drobnymi kropelkami ~~[illegible]~~ Od ~~[illegible]~~ prace te Zeiger i Odén, ~~[illegible]~~ doświadczenia ~~[illegible]~~ Doświadczenia te miały jednak wielko drogi do ochrony.

stąd w ordin podaje liczbę $N = 64.10^{23}$. Szczegółowe doświadczenia zawierają jeszcze jakieś niewyjaśnione czynniki, przy których wartości $\bar{\xi}^2$ w kierunku pionowym okazały się inne (o kilkaset procent) niż w kierunku poziomym. W pracach Nordlunda zaś ~~[illegible]~~ są sprzeczne bardzo poważną wadę ~~[illegible]~~ użycia ~~[illegible]~~ nawzajem kierunku ~~[illegible]~~ i wreszcie zbyt małego odległości (4 μ), co musiało sprowadzić błędy znaczne powiększenie opór i niemożliwia ~~[illegible]~~ teoretyczne zmiętkowanie wyników doświadczeń.

Poza tym ~~[illegible]~~ brak wyjaśnienia dokładnego ~~[illegible]~~ zastosowania tej metody.

Dotychczas omawiane badania odnoszą się do ~~[illegible]~~ postępowych ruchów Browna ~~[illegible]~~ cząstek kulistych.

Wypadek ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ Wzór ( ) jednak ma znaczenie jak jest wyjaśniony ściśle ogólniejsze i daje się również stosować do ruchów ~~[illegible]~~ cząstek o odmiennym kształcie, także do ruchów obrotowych.

Dość ciekawe jest porównanie takich różnych rodzaju wszystkich.

Ilościowe pomiary nad cząstkami o kształcie ~~[illegible]~~ prętowatym zostały wykonane przez Seelbrama. Autor ten ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ obserwował ruchy maczugek okrzemek, który tworzy Peiniaty, bacillus nektilio, kształt prętów mających 0.16 μ grubości i ~~[illegible]~~ długości, i oznaczał ich położenie w przestrzeni rysunkowym takiego sposób oddzielnie oznaczyć się dały ruchy obrotowe środka ciężkości prętów (z tych danych) i ruchy obrotowe (z kierunku osi ~~[illegible]~~, z kierunku prostopadłym, oraz kąty obrotu.

Wzór ~~[illegible]~~ Porównanie z wzorem ogólnym obliczył współczynniki oporu ~~[illegible]~~ (ruchu postępowego) pokrywające się wzorami Zeuda dla wydłużonej elipsoidy obrotowej ~~[illegible]~~ oraz oznaczając współczynnik oporu dla ruchu obrotowego prętów (o ~~[illegible]~~ geometrycznie podobny kształcie ale ~~[illegible]~~ długości 10 krotnej) w cieczach lepkich (gliceryna, olej rzepak)

Słusznie jednak Pani Dr. Kraus zwraca podwójną zasadę przeciwko tym obliczeniom Ruscha, typowym, gdyż wzór ( ) odnosi się Ruschowi tylko do obrotów wokół (przeciwległego jednego stopnia swobody ruchu) osi stałej, nie zaś do osi o kierunkach zmiennych w przestrzeni. Tylko o ile kąty obrotu są bardzo małe, przybliżenie ów wzór daje się ewentualnie, wprawdzie dla tego zgodzi się słusznością tak dobrze z pomiarami Ruscha.

~~do o odbij literaturze, dość dodać tylko stosowalnych Ordensworkiego~~

Zdaje się że pierwszy Bodenstorfer w r. 1 spostrzegł istnienie ruchu Ruscha w cząstek zawiesinowych (dymy tytanu, selenu) a potwierdzał te doświadczenia Lehmann w r.

Obserwacje te jednak długo zapomniane i zwrócenie na nie dopiero uwagi jako przyczyn tworzenia się identycznej ruchów Ruscha gdy

*) Dodać trzeba jeszcze podobne obserwacje wykonane przez Zsigmondy'ego zapomnianej w literaturze

~~Ale również tych dowodów~~

*) Zdaje się że przyczyną są te fakty zarówno uwagi i wyrażenia rozróżnienia tych dwóch wyjaśnień w tworzy ruchów Br., o czym później autorzy chętniej przyznali uwagę.

~~Ostatnio~~ Postanowmy zresztą że są tu stosunki się do cząstek tak małych, albo rozrzedzeń tak wielkich, że dla jeśli drogi rozbiegu jest znacznie większa niż wymiary cząstek, podczas gdy w razie stosunków małych ~~[illegible]~~ λ rozbiegu będzie ~~[illegible]~~ tamy co dla dużych.

Zgodność co do rzędu wielkości jest zadowalająca dobrą, jeśli weźmiemy na uwagę trudności tego rodzaju obserwacji.

Jako przykład podajemy zestawienie wyników odnoszących się do ruchów obrotowych

stosunek długości do grubości	$\frac{l}{d}$	5.85	5.85	7.83	8.58	9.75	10.9	11.5	16.9	16.9
Skręcenie (na 30 sekund)	$\Delta\alpha$ obserw.	45.4	49.4	29	22.4	18.8	19.1	17.5	9.9	8.3
	$\Delta\alpha$ oblicz.	43.4	43.4	29.0	24.7	19.4	16.5	14.4	9.0	9.0

Przy obliczeniu ostatniej kolumny przyjęto $N = 8.05 \cdot 10^{23}$, a odpowiada to liczbie w dziesięciu przybliżeniu. Zmiana wzgledu porządkowania oporu ciecz rozkładu. Kwarcy ultramikroskopijny. (Ultram przyjmuje

Kwarcy się znów pudrowy tkwi zbyt małymi rozmiarami

$N = 5.63 \cdot 10^{23}$ ale wątpliwa poprawka ta jest dobrada w każdym razie

Pierwsze obserwacje ruchów obrotowych wykonał już kilka lat przed Curie, obserwując (zarówno stosunkowo dużo (73%)) umalowy martyka zawieszone w wotrom naczyniku (o jednakowym ciężarze właściwym) i obserwując (zarówno obroty) wahania powych przypadkowych jego zmian ziarna. Z przeciętnego kąta skrętu 14.05 na minutę obliczył na podstawie ( ) $N = 6.5 \cdot 10^{23}$, co zupełnie zgadza się z

Ruchy Browna w gazach

Rozciągnięcie teorii w sposób analogiczny do ruchów cieczy, ale stosunkowo „cattivis porribus" jeszcze wielkiego. Istnieją te jednak wiele z wyjątkiem wszystkich ruchów (mamy wystąpić w ośrodkach gazowych). Jeśli chodzi o ciężkie których wszystkie mają tego. W tym względzie ciężkości wielkości struktury ośrodka nie ma się

Jeśli długość drogi swobodnej drobin gazu nie jest znacznie małe w porównaniu z rozmiarami cząstek, ośrodek opór ośrodka

stosowalna dla oporu wynosić będzie pewną poprawkę.

Gdy przejdziemy do krańcowo przeciwnego wypadku — drogi swobodnej dużej w porównaniu z rozmiarami drobin — prawo oporu będzie zupełnie odmienne niż w zwykłych warunkach, gdyż wówczas opór nie będzie zależeć od spójności cieczy i promienia cząstek tylko od kwadratu promienia i prędkości drobin.

W tym wypadku (nie potrzeba wiedzieć rozmiarów o tyle się zmienia) stosować bezpośrednio wszystkich obliczeń oporu, tylko można bezpośrednio obliczyć opór (drobin o uderzeń ciała opierającego się na tem powierzchni), przyjmując między nie a wówczas wahań prędkości drobinowych w gazie otaczającym tylko zmiana małych dzięki modyfikacji ostatnich ruchu ciała. Każde uderzenie powoduje stosunkowo drobne odchylenie kierunku ruchu cząstki [odbywające się przeciętnie z prędkością C] i jeśli się dla uproszczenia przyjmie że odchylenia te są wszystkie jednakowo wielkie, rozróżniając dwa przeciwne jednakowe $= l$, które tylko jako wynikające z praw uderzenia kul sprężystych oznaczyć po n uderzeniach przypadkowych dozwolonych stwierdzić średnią odchyleń od drobin otaczających. Średnie Δx na osi X będzie wynosić $\Delta x = \frac{2l\sqrt{n}}{\varepsilon\sqrt{3}}$ Nie podejmujemy obliczenia wartości ε, oraz uwzględniając że liczba uderzeń będzie $n = \frac{\tau}{\tau_0}$ gdzie τ wynosi τ_0 uproszczeń rachunkowych, musimy wyjść na spójności rezultatu końcowego

$$\Delta_x = \frac{8}{3}\sqrt{\frac{A\theta}{N}\frac{1}{\pi\rho c}}$$ (w którym c oznacza prędkość drobin gazu).

(Odpowiedzi) rozmaitych tu opuścimy chodzi że tylko ogólny kształt jego, oraz wzór wielkości, które się istotnie się zgadzają z późniejszymi wynikami.

*) W celu obliczenia do równoważnej formuły

Pomocy dla wodniaka
Czytelni wakacyjnej i rodzinnej obozowej

Dla sprawdzenia tej tezy podjął Ehrenhaft w r. 1907 obserwacje ruchu tego rodzaju cząstek dymu oraz ruchu wypychanego ładunku elektrycznego (w interwałach sekundy) i doszedł do wniosku że wszystkie obserwowane odpowiadają wzorowi teoretycznemu przy swobodnym podaniu.

Jest to zgodne z faktem że wszystkie dużo większe cząstki przyjmują przy opadzie się na wspomnionej ilości wielkości cząstek.

Doświadczenia wykonane przez de Broglie przy pomocy dobrej aparatury potwierdzają teorię ruchu Browna (co do ilościowej strony) przynajmniej dla cząstek o średnicy $0{,}4 \cdot 10^{-5}$ cm. Przy dużych cząstkach wzór ten przechodzi w wzór Stokesa — co się tłomaczy tym że przy dużych cząstkach ruch jest wolniejszy, a więc opór ośrodka jest większy.

Dokładniejsze dane dotyczące jednak dopiero badania, podjęte stąd przy kwestii tej nabrały wielkiego znaczenia ze względu na słynne doświadczenie Millikana, służące do określenia natężenia elektronowego.

Wiadomo że metoda Millikana polega na porównaniu prędkości ruchu kulki olejowej, gdy spada pod wpływem ciężkości, z prędkością zmierzoną gdy oprócz pola elektrycznego przeciwdziała ciężkości. Millikan użył kulek o średnicy dużych dla których $(0^{\circ}5 - 5^{\circ}8 \cdot 10^{-5}$ cm, stałe były przybliżenie równe i poprawkę zależną od długości drogi średniej obliczał empirycznie, przyjmując jako wskaźnik teoretyczny wzór podany przez E. Cunningham [P.R.S 83, p 357 (1910)]

$$W = \frac{6\pi\mu a}{\left(1 + A\frac{\lambda}{a}\right)}$$

Stałe liczby dla cząstek małych, natężenia elektronowego otrzymać liczby całkowite zgodne, tzn. tak było przyjęte współczynnik $A = 0{,}817$, jeśli λ się określa z wzoru $\lambda = \frac{\mu}{0{,}3502\, pc} = 3{,}0 \rho$, $\frac{\mu}{pc}$

Podobne doświadczenie wykonał później Ehrenhaft, używając jednak cząstek znacznie mniejszych o promieniach $0{,}4 - 2 \cdot 10^{-5}$ cm i stosując metodę obserwacji ultramikroskopijnej i doszedł do wyników sprzecznych z rezultatami Millikana, mianowicie do natężeń elektronowych mniejszych niż należy oczekiwać przy Millikana i zależnych od wielkości cząstek. W jego doświadczeniach jednak (odstępstwa od prawa Stokesa cząstek mniejszych) wielkości odpowiedzialne nie są a równoległe wszystkie wyniki w dużo większej grubości źródła światła.

dowodzą niepewności stałości wzoru ( ).

Tworzymy bowiem że cząstka o masie m i natężeniu e w polu elektrycznym E wznosi się z prędkością

$$Ee - mg = \frac{v'}{W}$$

podczas gdy opada pod wpływem ciężkości z prędkością v

$$mg = \frac{v}{W}$$

otrzymujemy $\frac{1}{W} = \frac{Ee}{v + v'}$, wyc podstawiając to do wzoru ( ) będziemy mieli

$$\xi = \sqrt{\frac{2kT}{Ne}\,\frac{v+v'}{E}}$$

wzór ten nadaje się tu tylko do kontroli że nie wynika zmienność stałej k (wielkość dobra zmienna) N tylko (stałej Faraday $Ne = 9{,}6540$ [illegible]

3/a

~~Załącznik 2~~

Comdeny Millikana
i Ehrenhaft

Teoretyczne prawa kuli w takich warunkach jest a uwidacznia się wg zupełnie wyjątkowo.

Istnieją tu jeszcze pewne teoretyczne nie zupełnie wyjaśnione. Po pierwsze ~~zgód~~ wzór Cunninghama jest prawdziwy głębszych podstaw teoretycznych i posiada tylko sensu formułki interpolacyjnej, która tylko ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ (wskazuje tylko bardzo) w krańcowych wypadkach dużego $\frac{\lambda}{a}$ posiada ~~[illegible]~~ znaczenie realne.

~~Według tego i zapatrywań Cunninghama~~

Wtedy tylko wzór redukuje się ona na wzór Stokesa albo też na wzór:

$$W = 6\pi \frac{c a^2 \rho}{A}$$

który już poprzednio ~~[illegible]~~ wzór nam jest znany jako wzór opory (kuli ~~[illegible]~~ dowolnego przez płyn) w razie dużego $\frac{\lambda}{a}$.

Powstaje jednak (i w tym krańcowym wypadku) jeszcze niepewność co do liczbowego współczynnika A, gdyż zależeć on może od sposobu jak drobiny płyn od powierzchni kuli się odbijają, a zatem od stopnia nierówności jej powierzchni. Gdyby kula była zupełnie gładka i odbicie prostopadłe, byłoby A = 1.58; ~~[illegible]~~ nierówności (czyli ~~[illegible]~~ nieprzezroczystości powierzchni) zwiększają wartość A.

Millikan w ostatniej ulepszonej metodzie pomiarowej przy otrzymał na ~~[illegible]~~ opór empiryczny wzór

$$W = \frac{6\pi\mu a}{1 + \frac{\lambda}{a}\left(0.874 + 0.32\, e^{-1.54 \frac{a}{\lambda}}\right)}$$

który oczywiście takie nie ma ogólniejszego znaczenia, ale wskazuje że ( ) nie może być wystarczający

dla większych wzrostów dają krańcowy wartości A = 1.193. Inni autorzy (Knudsen, Weber) Rowe doszli do nieco odmiennych wyników; bardzo być może że tu także indywidualne różnice różnych powierzchni kulki odgrywają rolę. Wszystkie te fakty prowadzą do takiego zmiennego pola dla wielkiego postępowania. Takie dla wielkich Oranów, przy których dostawcy wzór opisujący się jest ~~[illegible]~~ tym samym czynnik w ~~[illegible]~~ musimy powrócić.

Na wzrost istotnych jednak sposób modyfikuje się od tyle (nierówności) jeśli się bezpośrednio ~~[illegible]~~ tej samej kulki w ~~[illegible]~~ wszystkich zmiany wysokości spadania i wzrasta się oraz ruchliwości Oranu, ~~[illegible]~~ Tym sposobem można wyłączyć wzór (, ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ Elektron

Wynik pomiarów Fletchera tworzy zresztą tak piękne potwierdzenie wzoru teoretycznego, że warto je na tem miejscu wytoczyć.

Doświadczenie Ehrenhafta

Ehrenhaft stwierdził, że istnieją wielkie modelowe cząstki srebrzyste, nie tylko wielkotowarowe przyjęte cząstek mniejszych, obecnie ~~przyjmuje~~ ~~stwierdza~~ gdzie się istnienie wielkotowarowe, ale nadal minimalne przyjmuje znaczenie mniejsze ~~[illegible]~~ (~~do~~ dochodzące do $1.4 \cdot 10^{-11}$!) niż Millikan i inni autorzy ($4.8 \cdot 10^{-10}$).

Sprawa ta (poza nim) nie ma bezpośredniego związku z naszym tematem, ale łączy się z nią ściśle ~~[illegible]~~ sprawa ruchów Browna, które są superponowane ponad jednostajny ruch opadający lub wznoszący się cząstek i które – jak również odstępstwa od prawa Stokesa – w jego doświadczeniach ~~[illegible]~~ z powodu małych rozmiarów cząstek bezpośrednio większy wpływ wywierają niż ~~[illegible]~~ pomiarach Millikana.

~~[illegible]~~ Pod tym ~~[illegible]~~ względem znamienne ~~jest~~ twierdzenie Millikana że wzory ( ) które tak dobrze sprawdzone zostały przez Fletchera, zupełnie tracą ważność dla mniejszych cząstek ~~[illegible]~~ (mniejszych) wzdłużnie ruchów Br. dla cząstek mniejszych niż $2 \cdot 10^{-5}$ cm (wzrosła do wzoru teoretycznego ~~[illegible]~~ wyraźnie zwraca się zmniejszanie promienia ~~[illegible]~~) mniej wybitnie.

~~[illegible]~~ Rzecz cała wymaga jeszcze bliższego wyjaśnienia.

(Według dotychczasowych ~~[illegible]~~ wiadomości zdaje się jednak że tak dobrze wynikł fakt dla Ehrenhafta ~~[illegible]~~ dadzą się ~~[illegible]~~ wytłumaczyć ~~[illegible]~~ (w ~~[illegible]~~ o mniejszości) ~~[illegible]~~ (w ~~[illegible]~~ cząstki okoliczności:

1). Odchylenia postaci cząstek od kuli. Wskazują na to zdawaszna pomiary E. Weiss, który wykazał że anomalie w ruchu w polu elektrycznem znajdują się właśnie u tych cząstek (~~[illegible]~~ cząstek) które wykazują anomalie ruchu Browna. Anomalie postaci ciała ~~[illegible]~~ zostały stwierdzone przez Svedberga w innych doświadczeniach, „ a zgodne też z tym wynikiem wynik pracy Ehrenhafta (

2). Niedoskonałem wpływem ruchów Browna.

Ta ostatnia okoliczność przedstawia ~~[illegible]~~ przedmiot interes zasadniczy ze względu na wyjaśnienie którem się tutaj zajmujemy. Już w pierwszej mojej pracy na to zwróciłem uwagę, że ruchów rzeczywistych wykonanych przez cząstki drobne wcale spostrzec nie możemy, gdyż odbywają się za zbyt wielką prędkością i w sposób ~~[illegible]~~ nieustanny zmienny. ~~[illegible]~~ (Oceniamy położenie cząstki na podstawie obrazu siatkowego który się składa z wrażeń odbranych w jednym czasie ~~[illegible]~~ (~~[illegible]~~ $\frac{1}{10}$ sek.) ~~określonego przez~~ zdolności rozróżniania od przyczynowości oka. ~~[illegible]~~ ~~Widzimy zatem~~ ~~[illegible]~~ To co zatem uważamy za obraz cząstki, jest właściwie wynikiem zsumowania ruchu Br. przez ~~[illegible]~~ ów interwał czasu. Rozumie się że zatem wielkie pomiary ruchów Browna dają wynik za mały, gdyż oko

Liczba wam jednorodnej emulsji musi zatem zmniejszać się wraz z wzrostem geometrycznego, jeśli wzrosły
wzrostowi wzrostu arytmetycznego. A (współczynnika h ~~[illegible]~~
względem skraplania) dostaty prostą sposób obliczania stałej Lorentza N
jeśli ~~[illegible]~~ równy wam i ~~[illegible]~~ gęstości ~~[illegible]~~ wzrost, ile jest mana

budzić nie potrzeby podążyć za drobnemi wszystko przebiegającemi zygzakami, a błąd ten musi tem większego nabyć znaczenia czem krótszy jest czas obserwacyi i czem szybszy jest ruch cząstek, czem czem mniejsze ich rozmiary. Zupełnie natychmiast zatem się nam ogólny ~~jest to mocny charakterystyczny~~ że właśnie ~~tapaco~~ ~~(porzucić)~~ dla cząstek leżących na granicy oprócz od czem tworzy się ( ) sprawa ta należy zbyt mało dotychczas ~~[illegible]~~ zbadany ~~[illegible]~~ inne dostrzegalności ~~[illegible]~~ cząstek ultramikroskopijnych takie zauważono odstępstwa. ~~[illegible]~~ indukcyi ~~wynagrodzi~~ bliższego zbadania ilościowego, gdyż posada ona zasadniczo znaczenie z punktu widzenia teoryi ruchów Browna. ~~[illegible]~~

IV.

(Rozkład cząstek zawiesiny w polu ciężkości.)

~~Z teoryi ruchów Browna łączy się jeszcze całą szereg kwestyi, które posiadają zasadniczo znaczenie z punktu widzenia teoryi całego:~~

~~Jak np. Nova~~

~~Teorya~~

Teorya ruchów Browna polegało na ~~[illegible]~~ (traktowaniu, poparciu opisu przybliżonego ruchów cząstek zawiesiny) że w ośrodku płynnym ~~[illegible]~~ się pod pewnym względem zachowywać, jak drobina gazowa to znaczy że musi posiadać taką samą energię kinetyczną ruchu postępowego. Porównanie to nasuwa dalszą konsekwencyę, który prawi równocześnie wyprowadzał Einstein i autor niniejszej pracy, a której ~~[illegible]~~ (Pierwszy wyż, aby podstawić do wzoru, wzór ruchu) ~~[illegible]~~ Brown: analogya z takich cząstek stałych musi się ~~[illegible]~~ pod wpływem ciężkości przyjąć (rozkład) analogiczny do rozkładu gęstości w atmosferze ziemskiej. Różnica ~~[illegible]~~ ilościowa, zależna od ilości cząstek oraz od gęstości ośrodka otaczającego który w zawiesinie dla takich jak gdyby (wielkości cząstek) zmniejszają. ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ (normalnie wzór ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ (wzorowo) ~~[illegible]~~ Najlepiej ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ (ustalmy te) zjawiska wyprowadzenie pojęcia wysokości ~~[illegible]~~ warstwy w obrębie której gęstość maleje do połowy

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{y}{R\theta}}$$

wielkość ~~[illegible]~~ $h = \frac{R\theta}{g} \log 2 = \frac{H\theta}{\omega g} \log 2$, wynosi zatem dla ~~[illegible]~~ wodoru $h =$ a dla powietrza $h =$

a w ogóle jest odległością pionową do tak zwanej ~~[illegible]~~ ciężaru drobinowego gazu, ~~[illegible]~~ czyli ~~[illegible]~~ masy ~~[illegible]~~ drobin w porównaniu z ~~[illegible]~~ atomowym wodorem.

Kulka ~~[illegible]~~ o ~~[illegible]~~ promieniu a (zawiesina) o gęstości ρ a zawiesina w cieczy o gęstości ρ_0 posiada porowy ciężar $\frac{4\pi}{3} a^3 (\rho - \rho') g$ a ~~[illegible]~~ mnożąc tę wielkość przez liczbę Loschmidta N otrzymujemy ~~[illegible]~~ ciężar drobinowy.

Dla cieczy zatem będzie ważnem prawo analogiczne: $n = n_0 e^{-\frac{\mu}{k}\log 2}$ dla liczby cząstek:

$$h = \frac{H\theta}{N} \frac{3}{4\pi a^3 (\rho - \rho') g} \log 2$$

Ten sam wynik ~~[illegible]~~ otrzymali mamy (otrzymali z ~~[illegible]~~ dowód w dynamiczne ~~[illegible]~~ zawiesiny w Tem³ cieczy) ~~[illegible]~~ zawiesiny ~~[illegible]~~ porowy ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ siły ciężkości, ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ $\frac{4\pi}{3} a^3 (\rho - \rho') g$

a w drugiej stronie ~~[illegible]~~ takiej różnicy ciśnienia równy ciężar. ~~[illegible]~~ (cząstek nierównomiernie rozłożonych) ~~[illegible]~~

Ponieważ $p = \frac{n}{N} H\theta$ zastosowanym jest znaczenie pewne prawo ( ) otrzymujemy zasadniczo prawo

$$\frac{4\pi}{3} n a^3 (\rho - \rho') g = \frac{H\theta}{N} \frac{\partial n}{\partial y}$$

którego całkę otrzymujemy jest $n = n_0 e^{-}$

Pomiary Perrina i przeprowadzone wnioski

Teoria to została stworzona przez Perrina za pomocą metody doświadczalnej (w zasadzie) odwrotnej. Polega ona na użyciu mikroskopu o znacznem powiększeniu i małej głębokości pola widzenia, tak że tylko cząstki zawarte w pewnej bardzo cienkiej warstwie wyraźnie się okażą. Przesuwając tę płaszczyznę widzenia do różnych wysokości ponad szkiełkiem podstawowem, tworzącem dno naczynia napełnionego emulsją, i licząc cząstki zawarte w polu widzenia, otrzymujemy wyniki doświadczalne, do których wzór ( ) się powinien stosować.

Właściwie można liczenie przeprowadzić albo zastosowawszy metodę stąpkowej albo też zaciemniając pole widzenia tak że tylko kilka cząstek równocześnie się okazuje i dodając liczby otrzymane w szeregu doświadczeń dla tej samej wysokości $y_{\frac{1}{2}}$.

Tak np. Perrin w pewnej emulsji gumigutu jednorodnej, o promieniach ziarn $a = 0{\cdot}212\,\mu$, otrzymał w wysokościach y ponad dnem naczynia następujące liczby, zestawione z liczbami odpowiednio szeregu pierwszego:

$5\,\mu$	100	100
35	47	48
65	226	23
95	12	11·1

Są to liczby nie bezpośrednio odczytane — bo te oczywiście z powodu zmieniających się w odległości wysokości różnie zbaczenia przypadkowe — lecz średnie wartości wynikające z policzenia 13000 ziarn. Widzimy że zgodność z prawem wykładniczym wzorem jest mniej więcej zupełna i zauważmy że na tej podstawie Perrin ~~[illegible]~~ mógł ~~wyznaczyć~~ przybliżonego dotychczas zanim metodą określenia liczby N, za którą dotychczas tylko dokładne metody Nollekena określenia ~~[illegible]~~ wzór ~~[illegible]~~. Następująca tablica daje nam pogląd na odchylenia wyników doświadczalnych tych pomiarów i otrzymaną w nich zgodność:

rodzaj cząstek	środek	lepkość	objętość cząstek. 10^{15}	$\rho - \rho'$	$N \cdot 10^{-23}$	obserwator
gumigutu	woda t=20-24°	0·01	100	0·30	65	Perrin
"		"	115	0·21	75	
"			270	0·21	72	
"			40	0·207	70·5	—
~~[illegible]~~			~~[illegible]~~	~~[illegible]~~	~~[illegible]~~	
			206	0·1967	68·2	—
mastyksu			610	0·063	70	Dąbrowski
gumigutu	glicyna	1·25	242	− 0·0314	72	N. Bjerrum
"	woda podchłod. t=−9°	0·02	225	0·196	71·7	Orchot
"	woda t=58°	0·005	225	0·21	72	

Wyniki te stanowią z pewnością jedno z najpiękniejszych doświadczeń doświadczalnych w obszarze teorii kinetycznej. Oparte na tak wymaganiu pokrewieństwie drobnych ziarn i cząsteczek ~~[illegible]~~ i ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ najdoskonalszy z najlepszych dotychczas znanych metod określenia owej liczby N ~~[illegible]~~ podstawy kinetycznej ~~[illegible]~~ dobrej, przewyższający daleko nie tylko dawne sposoby obliczania Loschmidta i t.d. Dotychczas tylko metoda kinetyczna ale wszystkie inne nowe metody kinetyczne.

Millikana oznaczając ładunek elektronowy a w następstwie za pomocą stałej Faradaya także liczbę N z niej można wyprowadzić albo według niego zdania nawet ją pomyślnie.

(skutecznie)

~~Dotychczas wyniki tych badań~~ Perrin jako ~~wyj~~ właściwy wynik swych pomiarów nad rozkładem pod wpływem ciężkości (uważa liczbę $N = 6.8 \cdot 10^{23}$ podczas gdy najnowszych badań Millikana obliczyłaby się $N = 0.06 \cdot 10^{23}$ a z pomiarów ruchów Browna otrzymał średnią $N = 6.88 \cdot 10^{23}$). (Zgodność liczb tak wspaniale odnalezionych metodami otrzymanych zdawałaby się przemawiać wiarygodnie ~~[illegible]~~ Lecz ~~[illegible]~~ fizyk zadowolił się umieszczeniem (grubo przybliżonym obrachunkiem ~~[illegible]~~ pośród dziesiętnych zawartych w liczbie) N i uważa byłaby za najgłębszy dowód teorii kinetycznej. Dzisiaj ~~[illegible]~~ takich dowodów już nie potrzebujemy i raczej pytamy się z kąd pochodzi powstająca jeszcze różnica.

~~Od tego wypadku~~ Z tego punktu widzenia zwrócimy jeszcze uwagę na pewne trudności ~~powstające~~ doświadczalne tkwiące w tych metodach.

Na samym początku o pierwszej jest się dosyć ograniczonym w wyborze ~~[illegible]~~ substancji nadających się do takich doświadczeń, gdyż zazwyczaj cząstki emulsyi przy dotknięciu ścian się do nich przylepiają, ~~a [illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ więc cała „atmosfera" zostaje adsorbowana przez dno naczynia. Dotychczas tylko gumigutta i mastyks ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ i ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ okazały się praktycznemi, gdyż w wodzie i pierwszej ~~[illegible]~~ wątpliwości nie wytrzymują owej próby.

Główną trudnością jednak tworzy sprzeciwienie emulsyi zupełnie jednorodnej i dostatecznie znacznie rozmiarów ziarn. Perrin ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ wielkie pod tym względem czynił starania i ~~[illegible]~~ wybrał jako emulsyę [illegible] bitumicznej płyn fuksyny rozwodnionego centrifugowanego, ale mimo wszystko nie znamy stopnia, do jednorodności gdyż brak pomiarów większości indywidualnych ~~dokładnych pojedyńczych~~ cząstek.

Plan nowej metody

Sądzę że pod tym względem mniejszą metodę ~~[illegible]~~ pola ciężkości bardzo ułatwiłby obserwując nie rozkład całego zbiorowiska ziarn emulsyi tylko obserwując ruchy jednej ~~[illegible]~~ jednej cząstki i wykreślając statystykę jej pobytu w różnych wysokościach ponad dnem naczynia. Wtedy rozumiemy że ~~[illegible]~~ wyniku pracochłonnego zajęcia się ~~cząstkami~~ cząstek na dwie się ruchy Browna. Każda cząstka zrobiła przebieg kreski w różnych pozycjach; tak jak prawdo cząstek ~~[illegible]~~ ich wpływom ~~się rozdziela~~ tak samo ~~też~~ każda cząstka zrobiła ~~[illegible]~~ przebieg. Każda cząstka pod ich wpływem wprawdzie stosunkowo najczęściej przebywać będzie blisko dna naczynia ale czasem się zdarzać też będzie zanurzona w głębszej wysokości i prawdopodobieństwo pobytu w pewnej wysokości określone będzie tym samym wzorem ( ).*

Zastępując zatem obserwacyę całej gromady przez systematyczną obserwację jednej cząstki (i tak samo obliczając jej prędkość z prawa Stokesa odnosząc do jej ruchu indywidualnego, a nie do ruchu ~~[illegible]~~ całej emulsyi, jak to czynił Perrin) uniezależnimy się zupełnie od wpływu przypadkowych niejednorodności emulsyi i dokonujemy postępu analogicznego do jakiego dokonał Millikan obserwując ruch pojedynczych kroplek opadających ~~[illegible]~~ zamiast ruchu całego obłoku mgły jak to czynił Perrin.

*) Porównaj tego [illegible] następny

Dyskusja opublikowana w dodatku N

Łączy się z tym także inna korzyść; ~~tk~~ wówczas jutrzny pewni, że ~~jeśli~~ pewien warunek zasadniczy całego rachunku jest spełniony tj. że emulsja jest dostatecznie rozrzedzoną. Nie wiadomo jaka była ~~[illegible]~~ gęstość emulsji Perrina, ale przypuszczamy że ~~[illegible]~~ odstępstwa od prawa Van'Hoff w emulsjach ~~[illegible]~~ rzeczywistych a nawet pomiary Svedberga ~~[illegible]~~ omawiane w ~~[illegible]~~ bezpośrednio istnieniu takich odstępstw stwierdziły. Oczywiście odstępstwa owe także w prawie rozdziału cząstek ( ) powinny się uwydatnić i jeśli zgodnie z owemi wynikami Svedberga ciśnienie osmotyczne wzrasta szybciej niż koncentracja, rozkład cząstek powinien okazać mniejszą różnicę liczby cząstek w różnych poziomach niż odpowiednio nierównogeometrycznym ( ).

Badania nad emulsjami rzeczywistymi

~~Dotychczas~~ Wstępne wykonane tego rodzaju pomiary w celu skontrolowania wyników ~~[illegible]~~ Svedberga — jednak z wynikiem ujemnym. Odchylenia od prawa ( ) były ~~tak małe że~~ bezpośrednio mniejsze niż wolty, ~~[illegible]~~ (może być przypuszczać). Istnieją tu zatem sprzeczności między wynikami otrzymanymi przez tych dwóch badaczy. Trudno dzisiaj wstrzygnąć czy ~~[illegible]~~ Niepodobna ona od błędów systematycznych w sposobie liczenia cząstek przez Svedberga, czy też co się wydaje prawdopodobniejsze ~~[illegible]~~ na pierwszy rzut badania Wstępne tj. że nie używał on emulsji jednorodnych.

Zrozumiałem jest że w emulsji niejednorodnej, ~~[illegible]~~ zawierającej cząstki o różnych wielkościach, ~~[illegible]~~ gromadzą się w wartwach głębszych i ~~[illegible]~~ może to wytworzyć ~~[illegible]~~ całkowitą emulsji liczby cząstek N znacznie większą niż w emulsji jednorodnej, — zatem efekt przeciwny pewnym omówionemu.

~~W każdym razie dla tego~~ Że w pomiarach Wstępnego tkwić musi jakaś wada, na to wskazuje ~~[illegible]~~ zadanie tu fakt że zależnie od wielkości cząstek emulsji otrzymał różne wartości dla liczby N, ~~[illegible]~~ W każdym razie trzeba odrzucić ~~[illegible]~~ jako konkluzyę, który ~~[illegible]~~ że stąd wynika: że prawo o równomiernym rozdziale energii kinetycznej nie jest wszędzie ścisłe, ~~w każdym razie~~ oraz sposób jak Svedberg usiłował pogodzić swoje wyniki z teoriami Wstępnego. Nie podlega to żadnej wątpliwości że istnienie jakichkolwiek ~~[illegible]~~ pewnych sił międzycząsteczkowych jakiegokolwiek rodzaju zarówno w metodzie jako praktycznego jak i w metodzie nierównomierności rozkładu musiałyby się uwydatnić, ~~[illegible]~~ a zdaje się że takie ~~[illegible]~~ pewne siły (hydrodynamiczne) wywołane wpływem otoczenia, na których istnieniu kładł zwolennik uwagę, w jednakowy sposób ~~[illegible]~~ ~~w metodzie musiałyby przejawiać — albo też powinny~~ musiałyby wpływać — albo nie wpływać — na oba zjawiska.

Odnośnie do zjawisk w emulsji powstaje zatem jeszcze problem do rozstrzygnięcia, ale nie wpływa to na ideę prawidłowości zjawisk ~~[illegible]~~ występujących w emulsjach rozcieńczonych; ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ najdokładniejsze i najwięcej liczby jednak obserwacja cząstek przeciętnych

Fluktuacje ogólniejszych

Ogólna teoria fluktuacyj koło stanu równowagi

Dotychczas rozważania teoretyczne opierały się głównie na energii w dużo prostszej teorii idealnej gazu i na analogii między wahaniami a drganiami prostemi, a na każdym kroku wnioski wypadały przy przystosowaniu badania obserwacyjnego, służące za namacalne sprawdzenie teorii.

~~Można było nie podstawić do pewnego stopnia~~

Można było zamiast tego otrzymać obraz więcej jednolity z punktu widzenia teoretycznego, opierając się na podstawy prawa ogólnego twierdzenia mechaniki statystycznej ~~do którego obecnie przechodzimy~~ i wyprowadzając z niego prawa poprzednio omawiane jako ~~part~~ wszystkie wypadki szczególne.

Wolelibyśmy jednak postępować drogą odpowiadającą więcej charakterowi indukcyjnemu badań fizycznych, nie odbiegającą się zbytnio od rzeczywistości ~~tem trzeba się zawsze~~ metodą wzorową ~~w tej~~ ~~przyjmując takie jednostronne~~ ~~postępowanie~~ ~~ale~~ ~~ciągły nie odbiegać~~ ~~gdyż~~ ~~ciągły nie odbiegać~~ ~~wzorem~~ ~~hipotetycznej~~ ~~prawa~~ ~~badania~~ dalsze wyjaśnienia korzystniejsze na mniej wspaniałym fundamencie abstrakcyjnej mechaniki statystycznej wzbudziłby może całkiem uzasadnione zwątpienia hipotetyczności owych wyników.

Obecnie jednak, przechodząc do ogólniejszych zjawisk fluktuacyj w ogólniejszej formie, zmuszeni jesteśmy zawrócić się na pewne twierdzenie z zakresu owej nauki, nie wchodząc zresztą bliżej w istotę wszechdziania. Chodzi tu głównie o słynne $e^{-\frac{E}{kT}}$ twierdzenie Boltzmanna, które w sensie wielkiego prawa tworzy ważny składnik mechaniki statystycznej, bliższe, i które zawsze prowadzi do zbadania fluktuacyj wszystkich. Można je wyrazić w następującej formie: Jeżeli mamy jakiś system mechaniczny, który przechodzi z czasem (i wyobrażamy je sobie jako system mechaniczny, którego jakieś wielkości zmieniają się w równowadze termodynamicznej ze czasem odczuwanym) ~~Jeżeli system mechaniczny~~ ~~Jeżeli w wypadku tego~~ stan chwilowy będzie określony przez podanie wartości uogólnionych współrzędnych $q_1, q_2, \dots q_n$, jako wartości $p_1, p_2, \dots p_n$ jako momentów, ~~i współrzędnych~~. Wtedy w myśl twierdzenia Boltzmanna bardzo prawdopodobieństwo, aby system ów ~~znajdował się w danym~~ posiadał wartości zmiennych w obszarze $q_1 \dots q_1 + dq_1 \dots$ będzie

$$dW = A_n e^{-\frac{N}{RT} E} dq_1\, dq_2 \dots dq_n\, dp_1 \dots dp_n$$

gdzie E oznacza energię całkowitą odpowiadającą wartościom $q_1 q_2 \dots p_1 \dots p_n$, a zatem składa się z energii potencjalnej i kinetycznej, z których pierwsza jest wyłącznie funkcją $\Xi = \Psi(q_1 q_2 \dots q_n) + \Phi(p_1 \dots p_n, q_1 \dots q_n)$ współrzędnych, a druga funkcją momentów i współrzędnych.

Otóż jeżeli obserwujemy jakiekolwiek parametr ε ~~geometryczny~~ ~~odległość~~ (długość, kąt, objętość, β) ~~i odchylenie jego od pewnej normalnej współrzędnej wartości~~ ~~(~~ ~~)~~ ~~jako funkcję współrzędnych $q_1 \dots q_n$~~ ~~ma współrzędnych tak dobrać aby~~ ~~jedna z zmiennych zależnych~~ ~~p_1 $q_1 = \varepsilon$~~

Prawdopodobieństwo, aby parametr ε posiadł wartości leżące między granicami $\varepsilon \dots \varepsilon + d\varepsilon$, bez względu na wartości innych zmiennych, otrzymamy całkując wszystkie wartości zmiennych ~~wszystkich zmiennych~~. ~~Stąd~~ ~~będzie~~ ~~będzie~~ ~~pod~~ ~~funkcją~~ ~~(~~ ~~)~~ ~~o której nie~~ ~~nagłe~~ ~~wiele~~ ~~nie mało~~. ~~Jeżeli jednak energia potencjalna~~ ~~zależy~~ ~~od funkcji~~ ~~ε: $\Psi = \chi(\varepsilon) + \Phi(q_2 q_3 \dots)$~~ co oznaczymy przez $\int dW$ $d\varepsilon$

Dyskusya szczególnych wypadków

Wyrażenie stąd wynikające prosta przyjmuje postać w tym wypadku jeśli potrafimy znaleźć taką siłę $F_{(\varepsilon)}$ ~~z danym układem indukującym~~ który dodatkowo wprowadzamy w dany układ ~~za~~ przetworzy go w układ „ostatniego". Ostatniego zaś rozumiemy mianowicie taki układ ~~dla którego~~ wszystkie wartości ε są równie prawdopodobne. $P^{z}_{0}(\varepsilon)\, d\varepsilon = C\, d\varepsilon$

(który nie posiada pozycji stałej równowagi gdyż różnica $\frac{P(0)-P(\varepsilon)}{P(0)}$ jest małe)

*) Wystarczy też „prawi ostatniego", polegając na tem że wszystkie odchylenia ε są (przybliżenie) równie prawdopodobne, w (wszystkich wartości ε, ~~dzięki ~~ i którym wypadnie $\frac{N}{H\theta}\int_0^{\varepsilon} F_{(\varepsilon)}\, d\varepsilon$ dadzą ową wartość.

Wówczas bowiem mamy przez zastosowanie poprzedniego twierdzenia

$$P_{0(\varepsilon)}\, d\varepsilon = C\, d\varepsilon = \int_{d\varepsilon} \text{const}\; e^{-\frac{N}{H\theta}\left[E + \int F_{(\varepsilon)}\, d\varepsilon\right]}\, dq_1 \ldots dq_n\, dp_1 \ldots dp_n$$

$$= P_{(\varepsilon)}\, d\varepsilon\; e^{-\frac{N}{H\theta}\int_0^{\varepsilon} F\, d\varepsilon}$$

Pierwsza wartość całki wyrażała ~~stosunek~~ pracę $= \int_0^{\varepsilon} F(d\varepsilon)$ oznacza, którą wykonać trzeba aby dany układ z pozycji ~~w stanie~~ normalnej przesunąć w pozycję ε. $-\int_0^{\varepsilon} F\, d\varepsilon = \chi(\varepsilon)$

zatem otrzymujemy ostatecznie $P_{(\varepsilon)}\, d\varepsilon = C\, e^{-\frac{N}{H\theta}\chi(\varepsilon)}\, d\varepsilon$

~~Dla~~ Prawdopodobieństwo pewnego odchylenia ε malejąc jest zatem wykładniczo jak potrzebna do przesunięcia w nową pozycję, a ponieważ $\frac{N}{H\theta}$ jest liczbą bardzo dużą, rzędu $0{,}25 \cdot 10^{14}$ w temperaturze 1°C, więc oczywiście ~~odchylenia prawdopodobne~~ ono odchylenia rzeczywiście wynosi z wartością tej pracy. (Rozumiemy ~~dla~~ że tylko w pewnych przypadkach odchylenia którym odpowiada praca większa niż 10^{-13} ergów są już stosunkowo rzadkie, zatem) warunek istnienia tych fluktuacji wynika dostatecznie z dnia.

Szczególne wypadki owego rzędu

(Omówiliśmy ~~dla~~ już w omówionych poprzednio przykładach: ~~fluktuacje ciśnienia gazu, gazu~~ ~~w określonym punkcie~~ stanu krystalicznego, ~~odchylenia~~ rozkładu cząstek pod wpływem ciężkości.

~~Stąd wynika~~ ~~w szczególnym wypadku~~ Jeśli ~~[illegible]~~ układ podlega prawdopodobnie równowagi stałej w pewnej normalnej czwartej pochodnej ε i tak że w rozwinięciu funkcji $\chi(\varepsilon)$ w szereg potęgowy zniknie ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ pierwszy wyraz zawierający pierwszą potęgę ε a jako miarodajny pozostaje wyrażenie kwadratowe.

$$\chi(\varepsilon) = a\,\varepsilon^{4}$$

Wtedy prawo rozkładu odchyleń przypadkowych parametru ε staje się identycznym z prawem błędów Gaussa.

Szczególny przypadek tego rodzaju omówiliśmy już poprzednio w fluktuacjach gęstości gazu lub koncentracji roztworu, kiedy cząstki przeczytują.

(Przykład stałej równowagi czwartego rzędu $\chi(\varepsilon) = a\,\varepsilon^{4}$ przedstawia omawiana również opalescencja gazu lub roztworu w stanie krytycznym. Natomiast ~~[illegible]~~ istnienie ~~[illegible]~~ atomowych cząstek unosi się ponad dnem naczynia, w polu grawitacyjnym odpowiada liniowej funkcji $\chi(\varepsilon) = a\,\varepsilon$ i tutaj równowagi (uchwaleniu trwałej) możliwe jest tylko ~~[illegible]~~ z powodu dodatkowego warunku: nie przekraczania dna naczynia.

tworzą to co Sobb nazywa chirodikem Kanonicznym,

Do rzędu fluktuacyj kwantowych, objętych wyznaczyć się dających na mocy prawa Gibbsa, należy także pewne zjawisko, które istnienie przepowiedziane w r. 1905, a które niedawno przez Mandelstama bliżej zostało zbadane pod względem teoretycznym i doświadczalnym, tj. chropowatość powierzchni cieczy. (Przypomnimy Czytelnikowi, że jakoby tylko nie istnieją fale [illegible] o długościach większych niż pewien kwant minimalny: zjawisko to zaś jest połączone z powiększeniem powierzchni, a wskutek tego z wykonaniem pracy wbrew napięciu powierzchniowego, a wielkość tejże jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy owych fal, oraz do współczynnika napięcia powierzchniowego (przy danej długości fali).

Średnie amplitudy owych zmarszczek będą zatem w ogóle owe (tem większe, im mniejsze napięcie powierzchniowe, muszą zatem osiągać wartość maksymalną w punkcie krytycznym, w którym jak wiadomo napięcie owo znika zupełnie. Istnienie tych drobnych nierówności zaś może się objawić doświadczalnie przez pewne rozproszenie promienia (światła, wpadającego obok odbicia regularnego; w stanie krytycznym powierzchnia musi się stać „matą". Doświadczenia jego, wykonane przy użyciu mieszaniny eteru w bliskości „krytycznego punktu rozpuszczalności" istotnie potwierdziły tę teorię, a nawet się zgadzają z pewnemi wynikami ilościowemi, przy użyciu [illegible]

Inny rodzaj fluktuacyj, należący do tej samej ogólnej kategorji, są to wahania ciągu magnetycznego albo też ciała para- lub diamagnetycznego, w polu magnetycznem, które muszą wystąpić w polu magnetycznem, jakkolwiek zjawisko to jest dane przez fizykę prawdopodobieństwa ale dla małych cząstek fizyka kwantowa jakkolwiek zjawisko jest dostatecznie podatne. (O wyjątkiem wahania te mogą dostrzegalną ukazać się mogą wartość tylko w razie bardzo drobnych cząstek zawieszonych w cieczy lub gazie; tu zaś, zdaniem od zjawiska magnesowania, w ustaniu pola i rozmieszczeń cząstek, dążą się wszystkie cząstki możliwe wypadki, w przeciwnym wypadku wszystkie cząstki równomiernie w kierunku linji sił (przy polu dia- lub diamagnetycznem) aż do wzniesienia się równomiernego w wszystkich kierunkach przestrzeni. Bezpośrednie obserwacji mikroskopowych jeszcze zdaje się nie wykonywano, ale zbadano po części już pośrednio zjawiska optyczne wywołane [illegible] Nader cząstek zawieszonych w polu magnetycznem, jak np. podwójne załamanie i dichroizm (występujące w kolloidalnych roztworach) tlenku żelaza (Majorana, Cotton i Mouton) lub w zawiesinach pewnych minerałów sproszkowanych (Nastin, Chaudier). Występy wszystkie takie potwierdzają teoretyczne tego rodzaju zjawiska z ogólną teorją para- i diamagnetyzmu. Nie wchodząc jeszcze w omawianie niektórych dalszych zjawisk — poczęści już dostatecznie [podwójne załamanie w cieczach (Zeeman), zjawisko optyczne w cieczach krystalicznych (Zeeman, Rayleigh)] po części powstałych z dążeń [automatyczne zmiany kształtu długiego cienkiego włókna itp.] ograniczymy się tylko jednym jeszcze przykładem, który tokiem z innego wzgląd się okazać interesującym: automatycznemi wahaniami (trzęsieniami) zwierciadełka zawieszonego na cienkim włókienku sprężystem.

Jest to właściwie najprostszy przykład równowagi termodynamicznej w którym pracę potrzebną do wychylenia jest dokładnie proporcjonalna do kwadratu kąta odchylenia — (podczas gdy w poprzednio wymienionych przykładach prawo to stosowało się tylko w obszarze małych odchyleń).

Wychylenia automatyczne normalnej z położeń równowagi będą zatem rozkładać się w tym wypadku tak jak kiedy przypadkowe.

~~Wzór na będzie zatem znowu prawo błędów Gaussa~~

$$W(\varphi) = a\,e^{-}$$

a ~~wielkość~~ „precyzja" przy położeń równowagi określona jest tutaj z tego samego wyprowadzenia się łatwym twierdzeniem że średnia praca wychylenia równa się $\frac{1}{2}\frac{kT}{N}$ = $\frac{kT}{2}$, zatem średnie wychylenie

$$\sqrt{\overline{\varphi^2}} = \sqrt{\frac{kT}{N}\frac{1}{\Omega}} \quad (\tfrac{1}{2}),$$ gdzie Ω oznacza moment skręcający włókna.

Wychylenia ~~tu~~ promienia widzenia będzie dwa razy tak duże, 50

Otrzyma wielkość rzędu ~~[illegible]~~ przy użyciu włókna kwarcowego grubości 0'1 μ i długości 100 cm, ~~[illegible]~~ tak że zjawisko to powinno być przystępne dla ~~[illegible]~~ pomiarów doświadczalnych.

Zupełnie endogeniczne zjawiska powinny występować jeśli cząstka jakaś podlega sile sprężystej (dążącej do położenia równowagi) wraz z pewną od, ~~dążącej do sprowadzenia~~ i skierowanej ku położeniu równowagi; ~~do~~ trudno będzie ~~[illegible]~~ jednak sprawdzić sprężyną dostatecznie ~~[illegible]~~ słabą, aby one wychylenia były dostrzegalne.

Fluktuacje innych wielkości fizycznych

W poprzednich rozważaniach ograniczaliśmy się do rozpatrywania ~~[illegible]~~ przypadkowych fluktuacji współrzędnych przestrzennych danego systemu (tzw. położeń równowagi). ~~[illegible]~~ Pojęcie fluktuacji stosuje się jednak równie dobrze do momentów, czyli prędkości, a także ~~do innych~~ do innych wielkości fizycznych i prawidłowości na nie.

~~Fluktuacje prędkości czynią zadość prawu [illegible]~~

Jeszcze przypadek tego rodzaju, który dotychczas określony był dla fizyki, są to fluktuacje prędkości cząstkowych — określone słynnym prawem rozkładu Maxwella, którego kształt eksponencjalny wynika z ogólnego wzoru (. Istnieć muszą również fluktuacje energii całkowitej, oraz fluktuacje energii kinetycznej danego podsystemu mechanicznego, ale nie mamy możności bezpośrednio ich, ~~nie tylko~~ sprawdzenia doświadczalnego ~~[illegible]~~ To samo stosuje się do fluktuacji elektrycznych.

~~[illegible]~~ Wszystkie czyli przewodnika muszą podlegać bezustannym automatycznym fluktuacjom natężenia elektrycznego i wielkości tychże dają się obliczyć podobnym sposobem jak wahania współrzędnych. [* Por. Elektr. str. 2] Tutaj jednak ~~[illegible]~~ trudno będzie wykazać ich istnienie, gdyż bezpośrednie metody elektromagnetyczne w tym wypadku zawodzą z powodów zasadniczych. ~~[illegible]~~ Metody optyczne dowolnie czułe, tak żeby ~~[illegible]~~ wychylenia dostrzegalne automatycznie odchylały, ale mimo to nie da się ta metoda w tym celu zastosować, gdyż ~~[illegible]~~ wiązy tym sposobem nie odpowiemy.

Obecnie jest automatyczne mechaniczne wahania samej wskazówki elektrometru, ~~[illegible]~~ są wyraźne i mogły Otrzymać ~~[illegible]~~ wykonane ~~przez tę wskazówkę~~ przez nią nie zmienią się wcale wskutek ~~[illegible]~~ obecności ~~[illegible]~~ wszelkich elektrycznych *

(*) Zamieściłem to w n. . . . w niemieckim w tym samym czasie do tego samego gazetu d. H. Z. ... plus ... plus ~~[illegible]~~ jest zadowolnie są dowcipne publicznie.

Zanim tego rodzaju obliczenia wahań elektrycznych ~~[illegible]~~ mogą być przedmiotem do ... mamy budzić ściśle wątpliwości, gdyż Einstein wykazał że ~~[illegible]~~ promieniowanie elektryczne nie ~~[illegible]~~ zgodzi się z prawem Rayleigha, którego wielkość dotąd powszechnie jest uznana. Zdaje się że ~~w tym wzorze~~ elektryczności zasady statystyczne energii ~~nie mają dalszej [illegible]~~ jest wyprowadzone i na razie brak nam w tym zakresie ~~[illegible]~~ rozwiązań partaiz. spektralnych z zakresu mechaniki na zjawiska elektryczne na opór promieniowania drogą wyjścia ~~[illegible]~~ ~~tylko na razie trudno [illegible]~~ z wypadkiem [illegible] Trzy kwantów — ale to jeszcze jest zadanie przyszłości

Nie udałem rozwiązania tego wyżej w formie matematycznej, posługując się pomocą wzoru Rayleigha dla obliczenia efektu optycznego.

Ogólna teoria zjawiska Browna (zmienności statystycznej)

~~W obecnym ustępie przedstawiamy z~~ omówienie problemu

Rozważania ostatniego ustępu przekonały nas że fluktuacje odwracalne, czyli wahania jakiegokolwiek parametru dostępnego kroku „normalnej" wartości, są zjawiskiem zupełnie ogólnem. Równowaga termodynamiczna ~~nie jest tylko ~~ bezwzględ

którą się wtedy w wystarczał długo że rolę będzie w stycznów, (jak to klasyczna termodynamika przyjmuje, nie jest równowagą bezwzględną) tylko statystyczną. ~~[illegible]~~ Jeśli w jakiekolwiek chwili stan takiego systemu zbadamy, nie zapomnimy takich wartości zmiennych (potencjału, ciśnienia, temperatury, itd.) jakie odpowiadają ściśle warunkom równowagi, tylko wartości nieco odmienne. ~~[illegible]~~ Obserwując przez dłuższy gwałtowny czas otrzymujemy też że te odchylenia od stanu normalnego nieprawdopodobnego wystąpią (według prawideł prawdopodobieństwa statystycznych) określonych czasowych (oprawdzie przypadkowo, ale rozmieszczone są) lub endoprzemiennie przez.

W związku z tem nasuwa się dalsze pytanie: ~~kwestya~~, ~~który jest w jednym najprostszym wypadku~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ (jak prędko się zmieniają owe odchylenia?) ~~[illegible]~~

Rozwiążemy je już w najprostszym wypadku tj. gdy nie ma w ogóle stałej pozycji równowagi (lub: gdy siły dążące do pozycji równowagi się znoszą nawzajem)

(*) Właściwie równowagi. I ust

Zatem w tym wypadku czasowa zmienność odchyleń (od dowolnego położenia współrzędnych uogólnionych) jest to co nazywamy ~~[illegible]~~ ruchem Browna, w ścisłym jego sensie.

Podobnie każda wielkość, podlegająca ~~[illegible]~~ przypadkowym fluktuacjom, wykazywać musi rodzaj ruchu Browna, tylko że zazwyczaj zjawisko to ~~[illegible]~~ komplikuje się (przez tendencję ~~[illegible]~~ przechodzącą stał wielkim odchyleniom od pozycji ~~równowagi~~ wartości normalnej) ~~[illegible]~~ ~~zjawiska tej~~ (uogólniony ruch Browna dotyczy też nas owej zmienności fluktuacji, czyli prawa odnoszącego się do ogólnej natury fluktuacji) Browna są wiele zawiłsze niż ~~zjawiska~~ rozkładu fluktuacji; zależą od wielkiej liczby różnych czynników; nie znamy dotychczas ~~[illegible]~~ wzorów odpowiadających naszym ogólnym wzorom ( ).

W ogóle ~~[illegible]~~ poza najprostszego rodzaju ruchów Browna i kilku jego modyfikacyj, ~~[illegible]~~ jakie wystąpią obecność ów ~~[illegible]~~ lub nieprzyczyn pola grawitacyjnego, tylko jeden jasny przypadek został bliżej zbadany: ruch Browna ~~[illegible]~~ pod działaniem siły sprężystej ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ (na podstawie doświadczalnych dowodzi się że nie przedstawiały one trudności nieprzezwyciężonych i) ~~[illegible]~~ jeszcze nie wykonano. ~~[illegible]~~ (najprostszy sposób wszechstronnego ~~[illegible]~~ polegałby na systematycznej obserwacji zwierciadełka zawieszonego na włóknie torsyjnym, o czem już wspomnieliśmy w § ...).

Ponieważ ~~[illegible]~~ naturalnie funkcja kwadratowa $f(z) = a z^2$ (przedstawiająca pracę siły sprężystej) i endoprzemienne wyrażenia jeśli chodzi o inne wielkości fizyczne ~~[illegible]~~ odpowiada zwykle przypadkowi ~~[illegible]~~ równowagi termodynamicznej, zatem ów przykład będzie posiadał znaczenie typowego przedstawiciela statystycznych ruchów Browna, i dla tego ~~[illegible]~~ wdzięczy się nadaje do wyjaśnienia pewnych ogólniejszych prawideł.

W tym wypadku oczywiście prawdopodobieństwo odległości pewnej cząstki w pewnym czasie zależeć musi nie tylko od wielkości tejże ale również od położenia punktu wyjściowego względem położenia równowagi. Odnosząc zatem wszystkie cząstki do (przygodnej) równowagi (odpowiadającej w naszem przykładzie) jako początku współrzędnych, oznaczymy przez

$W(x, x_0)_t \, dx$ prawdopodobieństwo aby cząstka która wyszła z punktu x_0, po upływie czasu t się znalazła między $x \ldots x+dx$.

Nie wchodząc w szczegóły rozważymy tylko krótko ogólny tok myśli doprowadzający do rozwiązania naszego problemu. Cząstka która za czas t ma się znaleźć w odstępie x, musi w jakiejś chwili pośredniej ϑ zająć miejsce α leżące gdzieś między $-\infty$ i ∞. Zatem z powodu przypadkowości ruchu Browna musi zachodzić równanie funkcyjne:

$$W(x, x_0)_t = \int_{-\infty}^{+\infty} W(\alpha, x_0)_\vartheta \, W(x, \alpha)_{t-\vartheta} \, d\alpha$$

Funkcja W zaś dla dostatecznie krótkich czasów zlewa się z funkcją ( ) mamy nam z tego ruchu Browna, z tą różnicą że dodatnia siła $\xi(t)$ (musi spowodować przesunięcie się współrzędnych x o pewną wielkość proporcjonalną do tejże siły i do czasu.

Jeżeli mianowicie współczynnik oporu wynosi W, tak że prędkość nabyta pod działaniem siły $a\xi$ będzie $\frac{a\xi}{W}$, wówczas w granicy wszystkich ξ w czasie τ będzie wzór

$$W(\alpha, x_0)_\vartheta = \frac{1}{2\sqrt{\pi D\tau}} \, e^{-\frac{(x - x_0 + \frac{\alpha}{W} x_0 t)^2}{4D\tau}} \, dx$$

Przy pomocy wielokrotnego zastosowania operacji ( ) można tedy stworzyć wyrażenie W dla przedziału czasu $n\tau$ i z tąd przez przejście do granicy dla nieskończenie małych wartości otrzymujemy wzór końcowy którego szukaliśmy:

$$W(x, x_0)\, t = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi D\,(1 - e^{-2\beta t})}} \; e^{-\frac{\beta\left[x - x_0 e^{-\beta t}\right]^2}{2D(1 - e^{-2\beta t})}}$$

w którem β oznacza skrócenie dla $\frac{\alpha}{W}$

Łatwo sprawdzimy że istotnie w pierwszej chwili (dla krótkich t system wykonuje ruchy) ruchy Browna w zupełnej zgodności z wzorem ( ). Jednak siła działająca powoduje stopniowe zbliżanie przedstawionego stanu systemu ku położeniu równowagi, gdzie przedstawia odchylenie

$$\bar{x} = x_0 e^{-\beta t}$$

maleje stopniowo, a mianowicie tak jak gdyby wogóle ruchu Browna nie było.

Po upływie dostatecznie długiego przedziału czasu odchyłki te będzie zniknęły prawie gdyż równie wielkie będzie prawdopodobieństwo dodatniego jak i ujemnego. Natomiast średni kwadrat odchyleń, który danym będzie przez

$$\overline{x^2} = \frac{D}{\beta}\left[1 - e^{-2\beta t}\right] + x_0^2 e^{-2\beta t}$$

W przeciwstawieniu do tych ogólnych ruchów Oroura możnaby dać wzór który nazwaliśmy w § .. nazywać „estetycznym ruchem Or."

Ruchy Oroura przy wypróbowaniu siły sprężystej

Szczegółowym tym jeszcze możnaby zajmować ~~[illegible]~~

*) Tylko place autora ...

Jeszcze Tatrzy byłby ~~[illegible]~~ wykonać wystarczający ~~[illegible]~~ przykład przeważy odróżnić do innego przykładu estetycznych ruchów Oroura: ruchów wykonywanych przez wszystkie w pole elektrycznym przed dnem naczynia zawierającego ciecz; łączy się to z zadaniem omawianym w § - gdzie jednak chodziło o rozkład odstępów od dna, podczas gdy obecnie chodzi o rozkład przemieszczeń cząsteczek w danym czasie. ~~[illegible]~~ Porównanie z owym przykładem wydaje się tu niejako nasuwać wniosek nasz przyczyn, odnoszących się do ciągłości zachodzących przy obecności siły sprężystej, które z zasadniczego punktu widzenia [illegible]

powstaje zawsze różnym od zera i z czasem, gdy upływ pewnej początkowej do zupełnie zanikłej, zbliża się ze wszystkim już wzorem ( ) określającym prawdopodobieństwo fluktuacji;

zauważmy, że według $\frac{\beta}{D} = \alpha \frac{N}{HT}$

$$\lim_{t=\infty} W(x, x_0)\,dx = W(x_0) = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi D}}\, e^{\Gamma/R} \sqrt{\frac{\alpha}{2}\frac{N}{HT}}\; e^{-\frac{\alpha x^2}{2}\frac{NR}{HT}}$$

z którego wynika wartość średniego odchylenia $\xi = \sqrt{\overline{x_0^2}} = \sqrt{\frac{D}{\beta}} = \sqrt{\frac{HT}{N}\frac{1}{\alpha}}$

Znaczenie tego przykładu upatrujemy głównie w tem że wzory wynikające z partyi zgodne z empirycznie stwierdzonych prawideł ruchu Browna, ilustrują pewne ogólne kwestye mechaniki statystycznej, które tworzyły przedmiot zaciętego sporu ze zwolennikami klasycznej termodynamiki. Widzimy bowiem że tu zarówno zasadniczy ( ) tworzy pomost między nieregularnie rozgałęzionymi (z jednej strony) a regularnym „nieodwracalnym" ruchem; określonym przez siły zewnętrzne; i tarcie, który obserwujemy w praktyce „makroskopijnie".

Bardzo łatwo wykazać przy pomocy wzorów że

$$\lim_{t=0} \frac{\overline{(x-x_0)^2}}{\overline{(x_0-x)^2}} = \infty \qquad \lim_{t=\infty} \frac{\overline{(x_0-x)^2}}{(x_0-\bar{x})^2} = 1 + \left(\frac{\xi}{x_0}\right)^2$$

To znaczy dalej że dawne dla dostatecznie krótkiego czasu t przesunięcie z pozycyi początkowej jest bez porównania większe od przeciętnego przesunięcia. Natomiast dla dostatecznie długiego przeszło czasu wielkości te są identyczne, o ile stan początkowy powodował odchylenie x_0 bardzo duże w porównaniu z odchyleniem średniem ξ. W pierwszej chwili zatem pamięć zawsze stanu początkowego ruchu Browna zostaje, zatem jest później układ powraca się tak że odchylenie od przeciętnego ruchu nieodwracalnego $(x = x_0 e^{-\beta t})$ można uważać za zanikomo małe, w sensie jeśli w porównaniu z całkowitym stan początkowy był bardzo anormalnym.

Wyjaśnienie to jakby z często podnoszonych rozważań przeciwko fenomenologicznemu stanowisku termodynamiki nieodwracalności: wzięte z zasadniczo odwracalnych równań ruchu, wzięte z równań nieodwracalnych. W wielu sytuacjach, których stan początkowy był bardzo anormalny, będzie pozornie nieodwracalny, zupełnie zgodny z wzorem ( ); czyli tarcie będzie wykazywać na ogół wykazywać ruch makroskopijny, zupełnie zgodny z wzorem ( ); i wzrost entropii będzie wzrastać. A jednak w każdej chwili system powraca w sposób Browna ( ), i prawdopodobieństwo dodatniego i ujemnego przesunięcia (zmniejszenia się lub wzrostu entropii) jest z przybliżeniem jednakowe wielkie.

Choć system na ogół dąży do pewnej równowagi i ogół się wydaje poza obszar średnich fluktuacji ξ ( ) przesunięcia jeśli dostatecznie długo będziemy obserwować, musimy takie zawsze zdarzenia wyjątkowe, policzone za: gdy system automatycznie (kosztem chwilowej pracy) wzrosłe ujemnej potencyalnej wzrosłe anormalnie wydalone z pozycyi równowagi. Wzór prawo ( ) określa prawdopodobieństwo takiego zdarzenia (trwania równowagi statystycznej), i dla takich wzięć anormalny stan musi czasem się uzyskać.

Co przeszkoda że (przed stanem początkowego do jednorodnego powrotu) do stanu początkowego będzie wzrastać w niezmiernie przeciętny sposób w miarę jak wzrostu anormalności tego stanu początkowego. Ocenić można miarę rzędu wielkości takich okresów na podstawie następującego rozumowania:

~~Wzór ( ) podaje prawdopodobieństwo (zawierające między x ... x+dx czyli ~~ : stosunek~~ stanu skończonego przy wychyleniu)

Przejdźmy do drobnych wychyleń, które powodują wskutek ruchami Browna, rozważmy zmiany ~~[illegible]~~ stanu ~~[illegible]~~ (systemu danego) który wynikł z pozycji równowagi

~~(albo też przy [illegible] wychyleń)~~.

*) obliczenie np. prawdziwej rozkładu w przeszłym czasie dążącego nie $\frac{1}{\beta}\left(\frac{\xi}{x_0}\right)^2$ albo też ~~[illegible]~~ prawdziwe wartości jest wszędzie całej przy podstawie gdzieś

odbywają wyraźne nagłe przyłączenie zgodnie z czasem ( ) ~~[illegible]~~ Δt na czas podczas który system (przebywa przechodząc przez x)

w obszarze Δx otrzymamy (przez równoważenie)

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{\beta x}$$

Z drugiej strony prawdop. ~~[illegible]~~ P ~~[illegible]~~ podczas przez wyż ( ) można ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~ jest identyczne z ~~[illegible]~~ wyżej ~~[illegible]~~ wyżej czasu trwania wszystkich (stosunkiem czasu Δt ~~[illegible]~~ potrzebnego do jednorazowego przejścia przez obszar Δx do „czasu ~~[illegible]~~ T, który upłynąć musi ~~[illegible]~~ pomiędzy do powrotu wszystkich.)

Mamy zatem $\frac{\Delta t}{T} = \sqrt{\frac{\beta}{2D\pi}}\, e^{-\frac{\beta x^2}{2D}}\, \Delta x$

i z tego dwóch równań wynika czas powrotu T

$$T = \sqrt{\frac{2D\pi}{\beta}}\, \frac{e^{\frac{\beta x^2}{2D}}}{\beta x} = \sqrt{\frac{2\pi}{\beta}}\, \frac{\xi}{x}\, e^{\frac{x^2}{2\xi^2}}$$

Jak nadzwyczajnie to wyrażenie czasu, zależnie od stopnia anomalii stanu początkowego, ilustruje nam przykład wymieniony w .. . Wprawdzie ~~[illegible]~~ (wskazuje) wszystkie drobne wzrosłe ~~[illegible]~~ do którego wiek ta stała zaistnieć mogły przyjmując wg ~~[illegible]~~ podstawy [illegible] odpowiedzi

wynosi średnio 3'50, i ~~[illegible]~~ (wolnie ~~[illegible]~~, a jednak ~~[illegible]~~ niezbędnie dochodzą do odległości 5° nie zauważalnej ~~[illegible]~~ odchylenie 5° prawdop. wychodzą znacznie poza

że ~~[illegible]~~ (wczęgu całego naszego życia) ani razu ~~nie [illegible]~~.

Nie zatem nie ma dziwnego w tem że

Rozumiemy więc wszystkie że w codziennej praktyce obserwujemy ~~[illegible]~~ zawsze (zwiększanie entropii z wyjątkiem tylko pewnie niedużego) (wszędzie zwiększanie)

~~[illegible]~~ jeśli chodzi o ~~[illegible]~~ stany leżące daleko po za obszarem średnich fluktuacji — to życie nam nie starczy ~~[illegible]~~ (to żebyśmy się dowiedzieli) (wszystkich ~~[illegible]~~ anomalnych).

Że niedoraczalność tego rodzaju zjawisk jest tylko pozorną, to wyjawia się zaraz jasno i w innym ~~[illegible]~~ fakcie: (że mianowicie wzór ( ) takie wzory jest dla odwrotnego przebiegu czasu). W ~~[illegible]~~ wzór w serii równoległej (dotyczącej) określa prawdop. że ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ się ~~[illegible]~~ (w) do ~~[illegible]~~ czasu to zajmował przyjęty [illegible]

Odwróćmy tylko znaczenie tego ~~[illegible]~~ (dla wchodzę w dowód tego) (twierdzenie) (odchylamy ~~[illegible]~~ wzory wyprowadzamy ..) ~~[illegible]~~

W ogóle zadanie przyjmie (~~[illegible]~~) ~~tylko jakiego przyjmuje przykład~~ (co do ~~[illegible]~~ wszystkich przykładów) (jak jest wyjaśnione ~~[illegible]~~ (który może służyć jako typowy przykład) (bardzo ogólny katastrofy zjawisk kinetycznie-statystycznych.

~~[illegible]~~ Doniosłość ich ocenimy jeśli zrobię przypomnienie (wyraźnie) ~~[illegible]~~ (zachodzącej dyskusji między zwolennikami ~~[illegible]~~ atomistycznej a zwolennikami teorii dynamicznej, która się toczyła w ostatnich dziesięciu lat ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ W sposób najdokładniejszy pracami Stanowiska (wyraźnie) zostały w polemice między Boltzmann : Zermelo, a jednak i ~~[illegible]~~ (ona dyskusja) walka ta wyszła się na pole (wyraźnie) nieprzystępnego ~~[illegible]~~ dla ~~[illegible]~~ (dla wielu jak i dla nas).

Czas powstania, przemia
nionego człowieka

Tu, zaś pozostaje nowy przykład, w którym, podstawy doświadczalne sprawdzonych, się nadaje do ścisłej analizy matematycznej, opartej o prawa, i na którym skontrolować można słuszność wyników rozpatrywań przez szereg autorów wysłowionych. Wiedzmy Czytelnicy się że na ogół Boltzmanna koncepcje są słuszne i tylko w niektórych szczegółach wymagają ściślejszego sprecyzowania.

*) Jak np. sprecyzować należy pojęcie prawa a Boltz. używane w różnym znaczeniu. przez wprowadzenie pojęcia średniej fluktuacji, pojęcia stanu danego stanu. Strzegące wynik tych, według mnie, trudności są pokazane

W wielkich zjawiskach makroskopowych kształtowanie się w istocie odwracalne, a nieodwracalność, która w termodynam. tak zasadniczą odgrywa rolę, jest tylko pozorna, jest efektem wynikającym tem że zmienność stanu początkowego była wielka a czas obserwacji w praktyce jest wystarczająco aby zmienność wrócić się miał powrót do stanu początkowego, jeżeli „anomalia" trwa jest zmienna. Siłą anomalii zaś jest odchylenie z przyczyn losowych do „średniej fluktuacji."

Wypada jeszcze wspomnieć parę zastrzeżeń:

Nie śmiemy bowiem wnioskować z nieodwracalności zjawisk fizycznych zarazem w ten sposób się stosowanie mechanika. Sądzimy że podwyższenie zjawisk elektrycznych pod prawidła mechaniki statystycznej — jedynie z tego powodu że się ująć w formę zasady Hamiltona — nie jest wszystkowiedzące, gdyż [illegible] jest bardzo wątpliwe. Dopiero po nowej teorii „kwantów" jasno od pewnych zetknięć,

W mechanice statystycznej zawsze mamy do czynienia ze systemami skończonymi (i o skończonej liczbie stopni swobody); tu zaś n.p. promieniowanie w przestrzeni nieskończenie przeto, za wyjątkiem nieodwracalności zjawisk, w których promieniowanie cieplne.

Zwamy zresztą parę katastrofy zjawisk, które wchodzić muszą za prototyp wielkich nieodwracalności: rozkład promieniotwórczy atomów. Rozkład ten następuje nie tylko wyłącznie jednostkowo, ale w ogóle w przyczyną zupełnie niezależną od zewnętrznych dla danej zewnętrznej czynności, tak jakgdyby każdy atom danej substancji zawsze rozkładał się prawdopodobnie na rozkład.

Zjawiska te wolają wyjątkową oczywistość zupełnie po za obszar poprzednich rozważań. Jednak i w nich, jakoteż w poprzednio omówionych zjawiskach makroskopowej nieodwracalności muszą wystąpić fluktuacje jak w każdem zjawisku drobno-atomowem

a będą one dostrzegalne, o ile wielkość pojedynczych atomów lub niektórych dużych, ich liczbę się dają odróżnić. Na dwa ostatnie rodzaje metod zastosowanych przy badaniach promieniotwórczych umożliwia, jak wiadomo, nie tylko stwierdzenie wahań w liczbie atomów rozkładających się w jednostce czasu, ale nawet śledzenie rozkładu pojedynczych atomów. Pierwszy zajął się tymi zjawiskami Schweidler i pokazał że tym samym wzór, który wypromieniowuje dla prawdopodobieństwa pobytu pewnej liczby drobin w danej przestrzeni, stosuje się również do prawdop. rozkładu pewnej liczby atomów w danym czasie. Nie możemy na tym miejscu wejść w bliższe rozważania nadzwyczajnie ciekawych badań Rutherforda Regnera, E. Meyera i t.d. które zachowują wyjątkowo dobry metody doświadczalne w tym zakresie i umożliwiły

~~Nietzsche~~ Wykazanie
indukcyjności, dowód tezy
klasycznej. Trzeba na odwrót
wywieść o wyprowadzeniu termodynamiki.

Indukcja klasycznej termodynamiki ~~wykład~~ wyżej wyrażona w różnej formy (w ~~kosmologii~~ wyżej równoważnej) jest w p.
Czyli nie może sama przez się przejść w ciągu czasu do stanu. Nie może być jest perpetuum mobile II rodzaju.
Entropia systemu bardzo nie może się z czasem zmniejszać.

teoretyczne poznanie tego rodzaju zjawisk. Wspomnieć wypada jednak jeszcze o niezmiernie ciekawych badaniach
Joffego i E. Meyera, którzy niezależnie od siebie stosując znaną metodę Millikana nieopodobne zjawisko
stwierdzili wahań przy fotoelektrycznym rozkładzie atomów.

W zakresie termodynamicznych zjawisk zaś nie rozpoczęliśmy (metodami statystycznymi) i fluktuacje
(zjawisk pozornie nieodwracalnych) przestają na ogół nie dostrzegalne. Istnieją jednak pewne wypadki,
które i tutaj nadawałyby się do (analogicznych) badań doświadczalnych, a mianowicie ~~także o których z powodu~~
~~dostępności~~ ~~[illegible]~~ zjawiska przyczynowe w których ~~[illegible]~~ fluktuacje pierwszorzędną ~~[illegible]~~ zjawiska
analogiczne do epidemii lub lawiny i (tem samem wyniku statek) ~~[illegible]~~ powstawania. ~~[illegible]~~ (zjawiska ~~[illegible]~~ mające i tego i nieodwracalny „przypadek" silny wpływ).

Do tej kategorii należą: eksplozje, krystalizacja z cieczy przechłodzonej, wrzenie cieczy przegrzanej itp.
~~[illegible]~~ Istnieją na ~~tej polu~~ tej jeszcze pewne zawiązki teorii (jak np. prace Tammana nad jądrami krystalizacji)
ale pozostaje jeszcze obszerne pole do systematycznych badań z punktu widzenia teorii prawdopodobieństwa.

Czy istnieją ~~[illegible]~~ wyjątki

Istnienie reguły w sprzeczności z II regułą

Sprzeczność metody termodynamicznej z statystyką

Fluktuacje a termodynamika

Znaczenie dla V

Wyjątki dowiodłów zasad termodynamiki

Wynik (badań doświadczalnych poprzednio omawianych) ~~[illegible]~~ przeczy zasadzie ~~[illegible]~~ jest w każdym
razie fatalny dla stanowiska termodynamiki dogmatycznej, utrzymującej że zasada ~~[illegible]~~ jest bezwzględnie
ścisła. Omówiliśmy cały szereg zjawisk fluktuacyjnych w których bezpośrednio obserwować można wypadki
sprzeczne z tą zasadą (podniesienie się cząstek pewnej dużej wielkości wskutek ruchów Browna, toczenie się różnic
potencjału z wytworzeniem się pracy mechanicznej kosztem ciepła otaczającego)

Wykazaliśmy także powody dla czego (pomimo) ~~[illegible]~~ makroskopowe zjawiska, z reguły zgodne są z tą
zasadą. ~~[illegible]~~ są tylko bardzo bezwzględnie i (ściśle) ~~[illegible]~~ (ogólnie ~~[illegible]~~)

(Klasyczna termodynamika ~~jest jedynie~~ tworzy system o ~~bezwzględnej~~ strukturze bezwzględnie wiążącej
Rank powiada:
jeśli choć jedno zjawisko istnieje w którym

Czy możliwe jest perpetuum mobile?

Ponieważ wiemy że ~~[illegible]~~ tendencja wyraża się nie bezwzględnie ścisła.
Czy zatem druga zasada termodynamiki jest podważona wielkiej wartości? Czy zatem możliwem
jest perpetuum mobile (drugiego rodzaju), ~~[illegible]~~ przynajmniej bezustannie produkujący pracę kosztem ciepła otoczenia?
Zapewne odda z nich zajmujących się badaniem ruchów Browna itd. są tego zdania.
(Niektórzy autorzy (Szilard, Smoluchowski, Ostwald, Rikard) wyraźnie ~~[illegible]~~ ją wypowiedzieli.
Niektórzy inni np. Smoluchowski i Szilard podają nawet konstrukcję takich (fikcyjnych) przyrządów.
~~[illegible]~~ Rzecz ~~[illegible]~~ wydaje się w zasadzie bardzo prostą. Wystarczy ~~[illegible]~~ jeśli umieścimy przegrodę w naczyniu
napełnionem mieszaną mniejszej przegrody „pół przepuszczalną" w innem znaczeniu tego słowa niż zwykle
rozpatrzoną wcześniej, ~~[illegible]~~ dozwalającą cząstkom przejścia z jednej strony na drugą ale nie na odwrót.
Mogłoby się (wytworzyć również) koncentracja (tak) ~~[illegible]~~ (w ten sposób ~~[illegible]~~) ciągle by można było brać do pracy energię.
~~[illegible]~~ Jeszcze przy pierwszej próbie konstrukcji jeśli zamiast zwierciadełka zawieszonego na włóknie
(sprężystem)

Elektrizität u. Zahnräder

istorii lub powieści „nie odrzucaj"

umożliwiamy kołu wykonać, a połączymy z nim zatrzask, który pozwala mu obracać się tylko w jedną stronę.

Automatyczne fluktuacje możemy zatem obracać kołem jednostronnie i wtedy wtórna przedstawiałby źródło pracy, którą np. za pomocą połączenia z górnym końcem możnaby wyzyskać.

Sądzimy jednak że konstrukcja takiego przyrządu jest niemożliwa ze względów zasadniczych, a w dwóch wymienionych przykładach nie wiemy czy zatrzask, który w takich warunkach funkcjonuje, wykonuje sam swój ruch Browna i wskutek tego nie może działać.

Przyrządy tego rodzaju w wszystkich warunkach funkcjonują dlatego bo w stanie równowagi posiadają minimalną energię potencjalną. Jeśli zaś wszyscy mają działać wobec stałych impulsów ruchu Browna, wtedy przynajmniej w niektórych momentach będą tak ustawione, że tem więcej będzie ruch Browna owego zatrzaska musi się wydatniać — a wskutek tego zatrzask wogóle nie będzie funkcjonować jednostronnie. Nastąpi po prostu rozkład wszystkich możliwych przyrządów tego rodzaju, które każdy przyrząd mechaniczny obejmować musi, jako szczególny wypadek.

Możnaby jeszcze pomyśleć o sprzędzeniu perpet. m. drugiego rodzaju w pewnem ciele: wobec tego że w tym samym ciele wytworzyć się mogą różnice temperatury między różnymi częściami A B C (np. w chwili kiedy w chwili będącem ciałem A B C) zachodzi fluktuacja ciepła i możnaby niewątpliwie dowolne ilości ciepła z ciała A przenosić zapomocą pośrednika B na ciało C gdyby się obserwując wtedy stan cieplny tych ciał w odpowiednich momentach:

jeśli szczęśliwie lub wskutek pewnego pożądanego przypadkowo fluktuacja wystąpiła.

Byłoby to istotnie perpetum mobile, ale wymagałaby ono funkcjonować mogłoby tylko gdyby istniały w każdej chwili znajdujący stan cieplny ciał oraz zdolny wyzyskiwać dowolnie przemieszczenia tych bez bez rozproszenia energii. Powracamy tu do słynnej koncepcji „demona" Maxwella, w nieco zmienionej postaci.

Który również i w poprzednio omówionych przykładach podobną by mógł rozwinąć działalność. System mechaniczny rządzony przez „demona" wykracza po za obszar mechaniki statystycznej gdyż nie będzie to system podlegający związkom czasowo odwracalnym.

Żadne zaś „automaty", ani mechaniczne ani elektryczne, nie mogą zastąpić takiego demona.

Rozważając różne nastawienia zapomocą automatycznego perpet. m. z reguły znajdzie się błąd w tem że zapomniano o tem że automaty mają fluktuacje, które są zupełnie przypadkowe, zatem dla różnych części systemu niezależne, oraz że wielkość ich zależy tylko od wielkości zmian energii, a nie od żadnych innych wzajemnych czynników.

Rozważania te oczywiście nie można uważać za dowód niemożliwości perp. m. Oni tylko mogą nam uprzystępnić zrozumienie dla czego takie przyrządy nie mogą istnieć na czem polega niemożliwość konstrukcji które na pierwszy rzut oka istnienie fluktuacji wydaje się uzasadniać, a jako dowód uważamy jedynie owe wzgledy

rozwiązania opisuje mechanika statystyczna. Potrzebne [illegible] nie polegają na żadnych założeniach co do szczegółowej konstrukcji systemu]

Sądzimy zatem że można utrzymać w mocy twierdzenie o nieosiągalności p. p. jeśli się przy [illegible] to rozumie przyjąć wytworzyć stale pracę kosztem ciepła otoczenia.

Niewątpliwie przyjąć taki może funkcjonować przypadkowo przez jakiś przeciąg czasu, wogóle odwróciliśmy się że można zdobyć kosztem ciepła otoczenia dowolnie wielki zapas energii pracy — jeśli się skorzystać umie z odpowiedniej okazji, ale czas do tego potrzebny wzrasta tak nie współmiernie z wielkością owej energii pracy że stosunek pracy do czasu, czyli dzielność takiego "perpetuum" jest zero, dążąc do zera dla wielkości dążącej do zera

$$\lim \frac{A}{t} = 0$$

W tej formie wypowiedziane zasady Carnota pozostają ważną, podczas gdy owe inne formy ( ) nie zawierające dodatku „perpetuum", tzn. odnoszą się do wielkości trwałości Wszechświata stanowczo zą [illegible] dobrze.

Nie wkłóca to oczywiście w niczem praktycznego znaczenia termodynamiki dla praktyki codziennej, z powodów wyłuszczonych powyżej. Sądzimy jednak że powinno się stanowczo pierwszą metodą dotychczas używaną: wypłacania zasad termodynamiki jako podstawy naszego światopoglądu fizycznego — a później zastępnie ograniczenia zakresu ich ważności przez wyłączenie zjawisk mikroskopijnych jak ruchy Browna itd. Postępowanie takie jest właściwie tylko niezadowalające z filozoficznego stanowiska ale na tej niedogodności że niepodobna podać granicy między zjawiskami mikro- a makroskopijnymi.

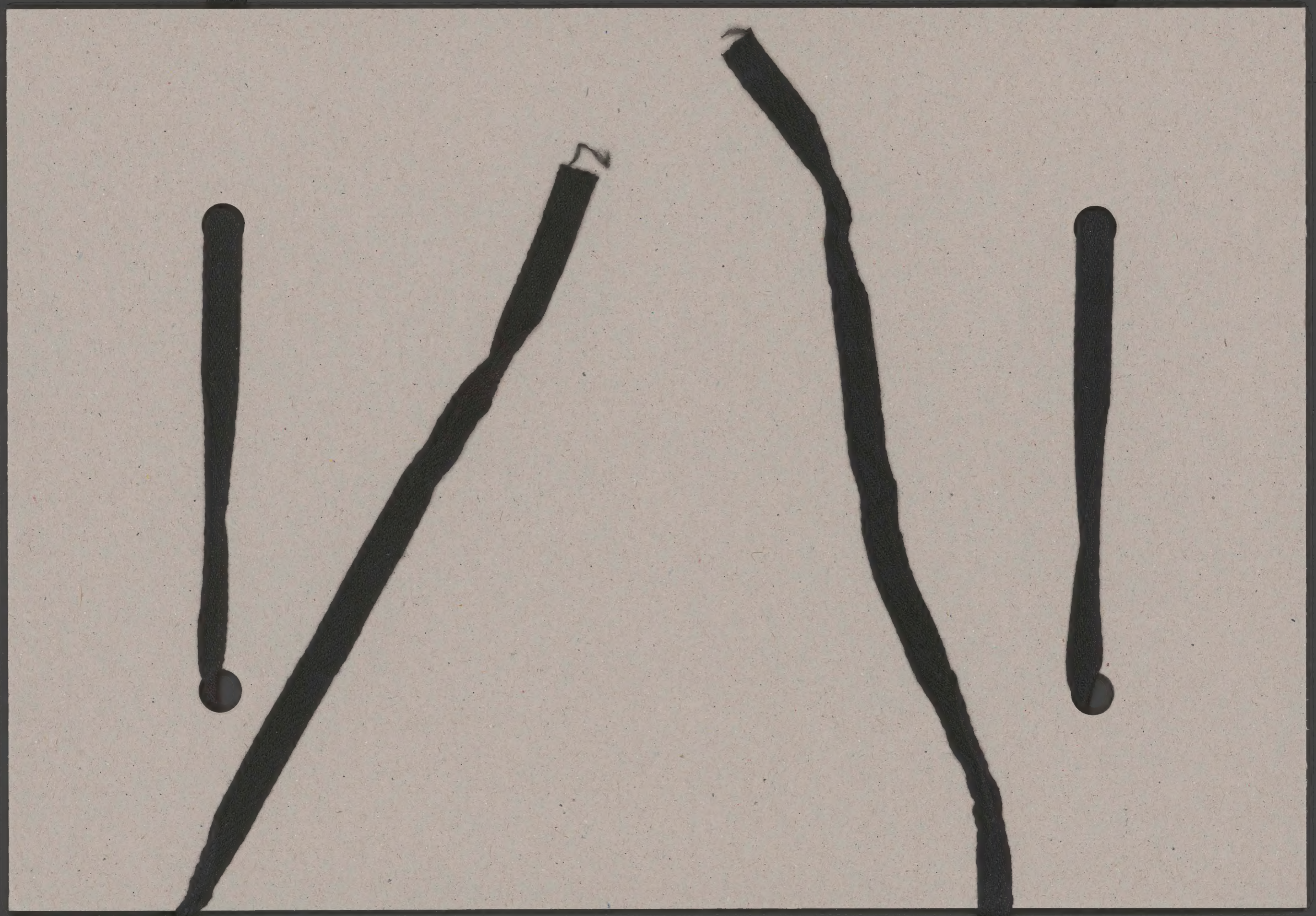
Nie można się powołać na podobne postępowanie wobec zasad mechaniki, które dotąd też mogą się pierwotnie tylko za przybliżenie ważne. Nie tylko że zasady termodynamiki mają bezwzględną ważność, zasady mechaniki tak stanowczo wstrzymujące jak kwantyzacja powyższe (*) zmienności mamy już prawo tylko dla elektronów ale w każdym razie w mechanice podać można ogólne kryterium wielkości stosunku przedmiotów do których mechanika do przedmiotów światła — rozstrzygające o dopuszczalności jej praw.

Natomiast w powyższej katedrze intuicji cały nasz zjawisk „mikroskopijnych" które jednak uzewnętrzniają się w skutkach makroskopijnych. Przytaczamy tylko np. opalescencję cieczy i par, zdolności interferencyjne światła (zmiana linii widmowych §), zdolności półprzewodnikowe, namagnesowania oraz [illegible] magnetycznych [illegible] od elektrycznego pola magnetycznego itd.

Dla tego sądzimy że [illegible] twierdzenia i strukturę logiczną całej termodynamiki powinno się tak zmienić i wypowiedzieć w formie o tyle skromniejszej i ostrożniejszej ażeby nie wchodziły w konflikt z faktami wskazywanymi w niektórych twierdzeniach tzwy kinetycznej.

Otóż byłby naturalnie pomysł konstrukcyi bezpośredniej polegający np. na tem żeby ruchy Słońca, wykonanych przez pewien czas, przyjąć na pewnej do opisania ~~[illegible]~~ jakiejś chwili — bo powstałyby w tej chwili fluktuacye dodatnie i ujemne dopóki tej samej wartości średniej, i tylko wielkości tych fluktuacyi oraz wielkości ruchów Słońca mogłyby się zmieniać. Ale

Poprawiono i sformułowano
II raz

§ Dalszy rozwój teorii przez wprowadzenie „kwantów". Rozważania teoretyczne i doświadczenia, które w niniejszej pracy przedstawiliśmy, składają się na stworzenie ~~całk~~ jednolitego obrazu zjawisk termodynamicznych z punktu widzenia mechaniki statystycznej. ~~Rozważmy~~ Nie tylko konstatujemy pewne ~~niedokładności~~ wadliwości (termodynamiki) dawnej dogmatycznej, ale proponujemy szereg pojęć (średnia fluktuacyjna, ilości wody Browna, czas powrotu) które ~~pozwalają~~ mogą dać skutek ilościowy ~~[illegible]~~ różnice zachodzące między ~~[illegible]~~ niezgodnością od ~~wyidealizowanej~~ zjawiska obrazu termodynamicznego. Musimy jednak na sam koniec podkreślić jeszcze jeden brak zasadniczy tych rozważań: — ~~nie wyjaśniamy~~ opisuje się one na zasadzie dyspozycji energii i nie wyjaśnia się wcale teorii kwantów. Punktem wyjściowym tylko w st., a wszystko wynika dyspozycji, ~~[illegible]~~ którą jest ~~[illegible]~~ wprowadzenie kwantów, wprowadzenie dziś. (Chyba jest indywidualnie rozpowszechniony) Ciągle dziś ze wszystkich stron

Nie sądzę żeby w obrazie zjawisk tu traktowanych ~~[illegible]~~ prawdziwe mogły zmiany teoretyczne (teorya kwantów) (dokładniejszych) ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~